

MANUEL SILVA SUÁREZ, ed.

**TÉCNICA E INGENIERÍA
EN ESPAÑA**

VI

EL OCHOCIENTOS
De los lenguajes al patrimonio

Enrique Alarcón Álvarez	José Ignacio Muro Morales
Carles Alayo i Manubens	Javier Ortega Vidal
José Vicente Aznar García	Stefan Pohl Valero
Emilio Bautista Paz	Francesc Rodríguez Ortiz
Vicente Casals Costa	Amaya Sáenz Sanz
Juan Ignacio Cuadrado Iglesias	Jesús Sánchez Miñana
Leonardo Fernández Troyano	Manuel Silva Suárez
Alberto Fraile de Lerma	Mercedes Tatjer Mir
Cecilio Garriga Escribano	Fernando Vea Muniesa
Josefina Gómez de Mendoza	M. ^a Ángeles Velamazán Gimeno
Guillermo Lusa Monforte	Patricia Zulueta Pérez
Javier Manterola Armisén	

REAL ACADEMIA DE INGENIERÍA
INSTITUCIÓN «FERNANDO EL CATÓLICO»
PRENSAS UNIVERSITARIAS DE ZARAGOZA

Publicación número 3.111
de la
Institución «Fernando el Católico»
(Excma. Diputación de Zaragoza)
Plaza de España, 2 · 50071 Zaragoza (España)
Tels.: [34] 976 288878/79 · Fax [34] 976 288869
ifc@dpz.es
<http://ifc.dpz.es>

© Los autores, 2011.

© De la presente edición, Real Academia de Ingeniería, Institución «Fernando el Católico»,
Prensas Universitarias de Zaragoza, 2011.

Cubierta: La motorización es una característica esencial de la Revolución Industrial. Se presentan motores de tres tipos, todos diseñados y contruidos en el siglo XIX: Máquina de vapor semifuja vertical de Alexander Hermanos; motor horizontal de gas de tipo Otto, protegido por patente de invención, de Joaquín Torres; y dinamo *Gramme* L5 construida por la Sociedad Española de Electricidad. Estos tres tipos de motores coexistían en el cambio de siglo.

Contracubierta: Dibujos en la patente depositada por los ingenieros militares Eusebio Molera Bros y Juan Cebrián Cervera el 20 de junio de 1880 en los Estados Unidos. Residentes en California, trabajaron en muy diversos temas. Esta patente concierne a una mejora para los microscopios.

ISBN: 978-84-7820-814-2 (obra completa)

ISBN: 978-84-9911-151-3 (volumen VI)

Depósito Legal: Z-3688-2011

Corrección ortotipográfica: Ana Bescós y Laura Ayala

Digitalización: María Regina Ramón, AHOEPM, Bibl. ETSICCP de Madrid y Fons Històric de la ETSEI de Barcelona

Tratamiento digital: Manuel Silva Suárez

Maquetación: Littera

Impresión: INO Reproducciones, Zaragoza

IMPRESO EN ESPAÑA - UNIÓN EUROPEA

6

La formación matemática en la ingeniería

Fernando Veá Muniesa y M.^a Ángeles Velamazán Gimeno
Universidad de Zaragoza

El objetivo del presente capítulo es documentar qué matemáticas se necesitaban para la obtención del título de ingeniero en las diferentes especialidades que se crearon en el XIX. Como cada especialidad siguió su propio proceso constitutivo y formativo, para su estudio, teniendo en cuenta hechos significativos en dicho proceso, se va a establecer una división cronológica de la centuria en cuatro períodos: «El primer tercio del siglo XIX (1800-1833)», «Los liberales llegan al poder (1833-1857)», «De la Ley Moyano a la Restauración (1857-1874)» y «La Restauración borbónica (1874-1900)».

Dentro de cada uno de ellos, centrándonos en las matemáticas, se abordan los contenidos exigidos en el examen de ingreso o los impartidos en los cursos a través de los libros de texto señalados para su estudio. Así mismo, se analizan las matemáticas impartidas tanto en las academias militares, fundamentalmente las de Artillería e Ingenieros¹, como en la segunda enseñanza y en la Facultad de Ciencias en relación con las exigidas para el acceso a las escuelas especiales o las estudiadas en los cursos preparatorios.

Al margen de la formación militar, con arraigo y desarrollo ya en el siglo XVIII, el comienzo de la modernización educativa española hay que establecerlo en el tercio final de dicho siglo², con la inclusión de las matemáticas en la enseñanza universitaria y en centros semioficiales. La institucionalización de la formación matemática española se va a desarrollar en el XIX, especialmente con la llegada de los liberales al poder tras la muerte de Fernando VII. Así, la primera enseñanza aparece ya regulada en la ley de 21 de julio de 1838 y el Reglamento de las Escuelas Públicas de Instrucción Primaria Elemental de 26 de noviembre de 1838, que sirve de referencia para el

¹ En algún momento se harán referencias a Estado Mayor, Caballería e Infantería, pero no se va a entrar a valorar la formación de los marinos españoles. Sobre estos puede consultarse el trabajo de F. J. GONZÁLEZ GONZÁLEZ, 1990.

² Sobre las matemáticas del siglo XVIII, su enseñanza y la introducción de algunos temas como el cálculo diferencial e integral, véase V. ARENZANA HERNÁNDEZ, 1987, y N. CUESTA DUTARI, 1985.

conocimiento de las matemáticas cursadas en las escuelas durante el período 1836-1857³. De este modo, se distribuyen las materias de la primera enseñanza en dos niveles formativos: *elemental*, donde se incluye, como única asignatura de matemáticas, «Principios de Aritmética, o sean las cuatro reglas de contar por números abstractos y denominados», y *superior*, en el que dos de las cinco materias desarrollan conocimientos matemáticos —«Mayores nociones de Aritmética» y «Elementos de Geometría, y sus aplicaciones más usuales»— y otra, el «Dibujo lineal», tiene una clara vinculación con la geometría.

La segunda enseñanza, como etapa intermedia entre la primaria y la universitaria, se establece a partir de 1836⁴. En el período 1836-1845 fue regulada por el arreglo provisional de 29 de octubre de 1836, que establecía, en primer curso, las asignaturas de Elementos de Matemáticas, de lección diaria, y Geometría aplicada al Dibujo Lineal, con tres lecciones semanales. En segundo curso se implantaron la Continuación de los Elementos de Matemáticas, de lección diaria, y la Geografía Matemática y Física, de tres lecciones semanales. Es decir, casi un tercio del currículo de segunda enseñanza estaba ocupado por asignaturas de matemáticas o con vinculación a ellas. Posteriormente fueron numerosos los cambios de plan de estudios en secundaria, pero básicamente quedaron cuatro materias: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría.

Para descender al detalle de las matemáticas elementales, impartidas en secundaria, se pueden utilizar los textos de Juan Cortázar (1809-1873)⁵. Su obra⁶ fue la más difundida, amplia y reeditada del siglo XIX, especialmente los textos destinados a la segunda enseñanza, que llegaron incluso a tener ediciones en los primeros años del XX.

El *Tratado de aritmética*, cuya primera edición se realizó en Madrid en 1846, alcanzó la octava edición en 1856, lo que da idea de la aceptación del texto a lo largo de esa década⁷. Como diferencia fundamental respecto a los tratados de otros autores, se defiende la separación de la enseñanza de la aritmética de la del álgebra, sobre todo

³ La Ley de Instrucción Pública de 9 de septiembre de 1857 establece de forma definitiva para todo el siglo XIX en la enseñanza primaria elemental la asignatura de Principios de Aritmética, con el sistema legal de medidas, pesos y monedas, y para la enseñanza primaria superior, la de Principios de Geometría, de Dibujo Lineal y de Agrimensura.

⁴ Si bien su asentamiento se produce con el Plan Pidal de 1845, y su consolidación oficial, con la Ley de Instrucción Pública de 1857.

⁵ Su posición predominante, como único catedrático de la Universidad Central, supuso una amplia difusión e implantación de sus libros de texto, abrazando las tres etapas educativas (primaria, secundaria y universitaria), si bien en el período 1845-1857 sus textos se dirigieron casi fundamentalmente a los dos niveles elementales.

⁶ Para ampliar información sobre otros libros de texto de matemáticas durante el período 1845-1857 puede verse F. VEA MUNIESA, 1995, pp. 404-434.

⁷ Esta obra alcanzó al menos la 45.^a edición, en 1923, más de setenta y cinco años después de su aparición.

en las cuestiones más elementales. Frente a otras, como la de Bourdon, también se puede observar en su obra cierto avance —modernización—⁸ en la denominación de los conceptos.

El *Tratado de álgebra elemental*, cuya segunda edición es de 1849, se ajusta a las pautas comunes de la mayoría de los textos de álgebra de la época. Su buen nivel matemático hace menos comprensible el rechazo de Cortázar hacia los problemas que se resuelven por medio de ecuaciones de primer grado con resultado negativo. A tales problemas los denomina, literalmente, «Caso de imposibilidad en los problemas de primer grado. Valores negativos de las incógnitas». Cortázar no incluye los logaritmos dentro de la aritmética, como hacen otros autores —Bourdon o Fernández Vallín—; presenta los logaritmos al final del texto de álgebra, antes de desarrollar la teoría de las progresiones⁹. Como consecuencia de la teoría de logaritmos, se detiene brevemente en las ecuaciones exponenciales.

El *Tratado de geometría elemental*, publicado por vez primera en 1847, es reeditado cinco veces más hasta el final del período 1845-1857. Cortázar indica su deseo de exponer la geometría elemental conciliando «el rigor y la concisión con la claridad», utilizando para facilitar su estudio una correspondencia entre el desarrollo de la geometría plana y la del espacio. Su contenido concreto, para segunda enseñanza, es geometría plana (línea recta y ángulos, polígonos, círculo, polígonos semejantes y áreas de los polígonos y del círculo) y geometría del espacio (planos, ángulos diedros y ángulos poliedros, poliedros, los tres cuerpos redondos, poliedros semejantes y áreas y volúmenes de los poliedros y cuerpos redondos).

El *Tratado de trigonometría rectilínea y esférica y de topografía*, cuya primera edición se realizó en 1848, es su texto elemental menos reeditado. En el planteamiento de la trigonometría, el autor realiza una clara división entre trigonometría rectilínea y esférica; la primera presenta dos partes —el estudio de las líneas trigonométricas en sí mismas y la resolución de triángulos rectilíneos—, mientras que la segunda, a partir de las relaciones fundamentales de la trigonometría esférica, se limita a la resolución de los diferentes casos de triángulos esféricos¹⁰. En cuanto a la topografía, el texto abarca todas las materias habituales, pero se extiende fundamentalmente en el uso de la trigonometría para la resolución de problemas prácticos concretos.

⁸ Sin embargo, existe en Cortázar un temor a enfrentarse a determinadas cuestiones aritméticas: pasa por alto los resultados enteros negativos y trata superficialmente las cantidades inconmensurables.

⁹ El cambio es consecuencia del modo de presentar los logaritmos. Hay que tener presente que tanto Bourdon como Fernández Vallín, y anteriormente Vallejo, los introducen por relación entre una progresión aritmética que comienza en cero (los logaritmos) y una geométrica que comienza en uno (los números), mientras que Cortázar lo hace a partir de la función exponencial $y = a^x$.

¹⁰ Téngase en cuenta que la trigonometría esférica no formaba parte del currículo de todos los planes de estudios del período 1845-1857, en unos porque expresamente se reducía esta rama matemática a la rectilínea y en otros porque no se hacía mención concreta a la esférica como parte del programa de la asignatura.

I

EL PRIMER TERCIO DEL SIGLO XIX (1800-1833)

En este punto se establecen dos períodos diferenciados: el que va hasta 1814, fecha de finalización de la guerra de la Independencia, y el que coincide con el nefasto reinado de Fernando VII (1814-1833).

I.1. *Las matemáticas en la universidad*

En el primer tercio del siglo XIX, las matemáticas se estudian en la Facultad de Artes o Facultad Menor de Filosofía, fundamentalmente, para acceder a las facultades mayores, en especial la de Medicina.

El plan de estudios de 1807, conocido como *Plan Caballero*, exige solo el grado de bachiller en Filosofía para acceder a la Facultad de Medicina, por lo que deben cursarse dos asignaturas de matemáticas: «Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría y Aplicación de la Álgebra a la Geometría &c.»¹¹.

En el reinado absolutista de Fernando VII, que mostró su falta de apoyo a las ciencias, el Plan General de Estudios del Reino de 14 de octubre de 1824 desarrollaba los estudios de la Facultad de Filosofía en la universidad y adoptaba medidas regresivas hacia las ciencias, y especialmente hacia las matemáticas¹². No obstante, se van a exigir los tres primeros cursos de Filosofía para el ingreso en todas las facultades mayores.

Para conocer las matemáticas desarrolladas en la España del primer tercio del siglo XIX resulta muy significativa la obra de José Mariano Vallejo (1779-1846), cuya importancia es debida tanto al hecho de que cubre todo el sistema educativo como a su larga implantación dentro del mismo. Así, desde la *Aritmética para niños* (1804), pensada para la primera enseñanza, hasta el *Tratado elemental de matemáticas*, escrito para la formación matemática universitaria y preuniversitaria, pasando por el *Compendio de matemáticas puras y mistas*, que resume el anterior, sin olvidar sus producciones de mayor nivel matemático: *Adiciones a la geometría de Benito Bails* (1806) y *Memoria sobre la curvatura de las líneas en sus diferentes puntos, sobre el radio de curvatura y sobre las evolutas* (1807), todos tienen como punto de encuentro la claridad y la metodología didácticas.

Centrando el comentario de su producción matemática en el *Tratado*, como obra de mayor nivel matemático-educativo, hay que convenir en que es el auténtico

¹¹ En ambas se señala como libro de texto el de Juan Justo García, por lo que puede conocerse con bastante exactitud el alcance pretendido en cada asignatura, si bien la última solo va a exigirse para el acceso a la Facultad de Medicina.

¹² En relación con las matemáticas, hay que señalar la pérdida de la obra de Juan Justo García como libro de texto, junto con el descenso sustancial de tiempo docente dedicado a la disciplina respecto al plan de 1807, debido a la desaparición de la asignatura de mayor nivel matemático: Aplicación de la Álgebra a la Geometría &c.

impulsor del libro de texto en la España del siglo XIX, si bien sus esquemas no son nuevos y tienen como antecedentes las obras de Benito Bails y de Juan Justo García, lo que no debe entenderse como una influencia directa de los contenidos de dichas obras en los textos de Vallejo. Del *Tratado elemental de matemáticas*, desarrollado en tres tomos —los dos primeros en dos partes—, se van a analizar solo los dos primeros, dedicados a temas estrictamente matemáticos, ya que en el tercero se abordan contenidos de física —matemáticas mixtas—. En la parte primera del tomo I, Vallejo pospone el estudio de las aplicaciones mercantiles de la aritmética y de los logaritmos a la introducción de las nociones generales del álgebra —al igual que Juan Justo García—. Como contenidos de álgebra, incluye el estudio de la resolución de ecuaciones de grado superior al segundo y desarrolla la regla de falsa posición y un nuevo método que presenta como propio para la obtención de raíces de ecuaciones algebraicas. Concluye la parte de álgebra con una exposición de «Proposiciones importantes acerca de las cantidades constantes y variables, y de los límites», donde trata de explicar la idea de función y de sus límites. La segunda parte del tomo I desarrolla, junto a los cinco poliedros regulares, los trece cuerpos que pueden formarse con polígonos regulares no semejantes. La sección dedicada a la geometría elemental concluye con una breve exposición sobre la comparación de superficies y volúmenes de cuerpos semejantes. Incluye una parte dedicada a geometría práctica.

En el tomo II, parte primera, del *Tratado* —junto a la trigonometría esférica y a un apéndice sobre la «Teoría general de las ecuaciones»— expone la aplicación del álgebra a la geometría o geometría analítica, donde se deben citar la transformación de las coordenadas, que dará lugar posteriormente al estudio de las transformaciones de las cónicas; el estudio de una «Idea general de la teoría de las curvas», que tendrá su continuación en un estudio de los lugares geométricos en general; y una «Digresión acerca de las superficies curvas». La segunda parte de este tomo II desarrolla los contenidos de cálculo diferencial e integral, con una introducción sobre las series, las funciones y los límites. Al final, Vallejo expone en el *Tratado* dos temas que no figuran en el *Compendio*: la resolución de algunas ecuaciones diferenciales de primer orden —variables separadas y exactas—, incluida la teoría del factor integrante, y una introducción al cálculo de variaciones. En definitiva, si la parte de «Matemáticas elementales» de Vallejo muestra una influencia clásica, euclidiana, nadie puede negar su espíritu modernizador en las «Matemáticas superiores», no solo por las referencias a autores contemporáneos suyos, sino también por el uso de las fuentes matemáticas de las que surge cada tema.

Un aspecto fundamental de la obra de este autor es su preocupación por estar al día en los avances que van surgiendo en las teorías matemáticas. Así, en la segunda edición del *Tratado*, de 1832, es tal la cantidad de añadidos y modificaciones que introduce en el tema de cálculo diferencial e integral respecto a la primera edición que prácticamente duplica el número de páginas. Si bien en la segunda edición no cambia en esencia los planteamientos de su texto, demuestra conocer el trabajo y

varias de las obras publicadas por el matemático francés Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) durante la década de los años veinte del siglo XIX, que establecieron las bases del cálculo diferencial e integral. El papel desempeñado por Vallejo en España, desde el punto de vista de la formación matemática, es incontestable y constituye una referencia obligada para analizar el cambio del sistema educativo del Antiguo Régimen al nuevo sistema liberal.

1.2. *Las matemáticas en la formación técnica*

Siguiendo a Mansilla y Sumozas, se puede afirmar que «la intensa actividad que se desarrolla en Almadén a lo largo del siglo XVIII es el origen de la ingeniería moderna en España y el motivo por el cual se decidió crear su Academia de Minas»¹³. Con fecha de 14 de junio de 1777 se fundó este centro, que en 1803 contaba con tres profesores e impartía las asignaturas de Geometría Subterránea, Minería Práctica, Matemáticas y Dibujo¹⁴.

En los orígenes de la ingeniería civil moderna cabe destacar la creación de la Escuela de Caminos y Canales de Madrid. Una figura clave en este proceso fue Agustín de Betancourt (1758-1824), quien en 1801 era el inspector general de Caminos y Canales y, viendo la necesidad de desligar la ingeniería militar de la civil, propuso la creación de un centro de enseñanza especializado de características análogas a las de la acreditada École des Ponts et Chaussées de París. En 1802 logró que se fundara el Centro de Estudios de la Inspección General de Caminos y Canales, un año más tarde denominado Escuela de Caminos y Canales¹⁵. Su plan de estudios se fijó en dos años, y en él prácticamente todos los conocimientos matemáticos se exigían en el examen de ingreso —Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría Plana y Esférica, Secciones Cónicas y Cálculo Diferencial e Integral—, quedando la Geometría Descriptiva en el primer curso. Para el estudio de esta asignatura, en 1803 la Inspección General de Caminos publicó una traducción al castellano de la *Geometría descriptiva* de Gaspard Monge, producto de las lecciones que impartió en 1795 en las escuelas normales de París, lo que demuestra el nivel y la modernidad científica en el inicio de este centro.

Además de la preocupación por tener buenos libros de texto, Betancourt también se encargó de la elección del profesorado. Dentro de este equipo pionero estaban José María de Lanz (1764-1839) y José Chaix (1765-1809)¹⁶. El último había redactado en 1801 el libro *Instituciones de cálculo diferencial e integral con sus aplicaciones principales a las matemáticas puras y mixtas*. Sobre este texto, Medrano

¹³ L. MANSILLA y R. SUMOZAS, 2007, p. 81.

¹⁴ M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, p. 4.

¹⁵ Más detalles sobre los primeros años de este centro, en F. SÁENZ RIDRUEJO, 1993, pp. 47-64, y M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 10-15. En relación con los inicios de la institucionalización de la ingeniería, puede verse M. SILVA SUÁREZ, 2005.

¹⁶ Sobre la figura de Chaix puede consultarse S. GARMA PONS, 1994.

indica que «se puede afirmar que con Chaix hay un cambio significativo en las propuestas que sobre el cálculo se hacen en España hasta ese momento»¹⁷.

La guerra de la Independencia (1808-1814) llevó al cierre la Escuela de Caminos y la de Almadén. Después de la contienda y hasta el Trienio Liberal, Caminos no logró su reapertura y Minas contó con muy pocos alumnos. La nueva estructura liberal de la enseñanza, en particular la de la ingeniería, se refleja en el Reglamento General de Instrucción Pública de 29 de junio de 1821¹⁸, que en sus artículos 67, 68 y 69 establecía una Escuela Politécnica, militar y civil, que debía actuar de preparatoria para las escuelas de aplicación de Artillería, Ingenieros, Minas, Canales, Puentes y Caminos, Ingenieros Geógrafos y Construcción Naval. Los contenidos matemáticos que debían impartirse en dichos cursos preparatorios eran el Análisis y la Geometría Descriptiva. Para ingresar en la Escuela Politécnica se proponía un examen de distintas materias, que incluía matemáticas puras hasta el cálculo integral inclusive. Este centro no llegó a establecerse; en cambio, durante el Trienio sí que consiguió su reapertura la Escuela de Caminos y Canales, que funcionó únicamente los cursos 1821-1822 y 1822-1823, aunque este último no llegó a terminarse, ya que Fernando VII ordenó su cierre. Por el contrario, en la Década Ominosa, por la Ley de Minas de 1825 se implantaron una serie de disposiciones que permitieron la remodelación de la ahora denominada Escuela de Aplicación de Almadén. En ella se crearon dos cátedras, una de las cuales era la de Geometría Subterránea. La formación en conocimientos matemáticos debía realizarse previamente a la entrada en la escuela, y había que ser examinado de ellos por los dos catedráticos o por la Dirección General de Minas para poder tener acceso al centro. En 1835 se decidió su traslado a Madrid, de modo que Almadén quedó como escuela práctica.

Si la etapa fernandina estableció¹⁹ los cimientos de la minería española contemporánea, también en estos años tuvo lugar la creación del Real Conservatorio de Artes, que, como afirman Ramón y Silva²⁰, «sería un indicio de que no todas las señales son negativas, pudiéndose observar que durante el período 1823-1833 España comienza a experimentar una lenta reconstrucción impregnada de ciertos tintes industrialistas».

Siguiendo los consejos de Juan López de Peñalver (1763/64-1834), que fue colaborador de Betancourt, por R. O. de 18 de agosto de 1824 se creó el Real Conservatorio de Artes (RCA), en parte *reencarnación* del Real Gabinete de Máquinas del Buen Retiro y de la Colección de Máquinas de la Clase de Artes de la Real Sociedad

¹⁷ F. J. MEDRANO, 2005, p. 261.

¹⁸ Se ha seguido el texto reproducido en M. de PUELLES BENÍTEZ, 1985, pp. 49-67. Una aportación al tema para el Trienio Liberal y el conjunto de la evolución de la formación académica y del establecimiento de los cuerpos de ingenieros puede verse en M. SILVA SUÁREZ, 2007b.

¹⁹ L. MANSILLA y R. SUMOZAS, 2007, p. 86.

²⁰ P. J. RAMÓN y M. SILVA, 2007, p. 240.

Económica Matritense. Lo dirigió hasta su fallecimiento. En un principio el Conservatorio no tenía tareas docentes, pero entre finales de 1825 e inicios de 1826 se establecieron distintas enseñanzas, entre ellas la de Geometría. Los alumnos pertenecían a un público muy variado: artesanos, amantes de las ciencias, profesores distinguidos, artistas y fabricantes. Para su utilización en este centro, su director realizó la traducción de la *Geometría y mecánica de las artes y oficios y de las bellas artes: curso normal para el uso de los artistas y menestrales, y de los maestros y veedores de los talleres y fábricas*, escrita en 1826 por Charles Dupin (1784-1873), director y profesor del Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM) de París. Esta traducción consta de dos tomos: la *Geometría*, publicada en 1830, y la *Mecánica*, en 1835, que, tras la muerte de Peñalver, debió concluir su hijo Juan López de Peñalver de la Torre. Mayor ímpetu en sus tareas docentes tomó el centro a raíz de la R. O. de 30 de mayo de 1832, por la que se aprobaba un plan de estudios de cinco años de duración en el que las matemáticas —Aritmética, Geometría y Dibujo Geométrico— se señalan, al menos, en los tres primeros²¹.

Una característica común al Real Conservatorio de Artes y a la Escuela de Minas es su coincidencia en la utilización de los textos de José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846). En 1834, Vallejo se incorporó al claustro de profesores del RCA para impartir las clases de Aritmética y Geometría, y en la Escuela de Minas, igualmente en la década de los años treinta, sus obras fueron las seleccionadas para las clases de Aritmética, Álgebra, Geometría Elemental, Trigonometría Rectilínea y Geometría Práctica en lugar de los textos de Bails que hasta entonces se utilizaban²².

I.3. Las matemáticas en las academias militares

La enseñanza militar, en los centros de Artillería y de Ingeniería, aunque también con sus dificultades, presenta más estabilidad, ya que fue heredera de la militarización de la ciencia del siglo anterior. Así, los artilleros tenían en Segovia el Real Colegio Militar de Caballeros Cadetes de Artillería, que al inicio del XIX ya llevaba treinta y seis años en funcionamiento, y en 1803 los ingenieros abrieron en Alcalá de Henares la Escuela Teórica para la Instrucción de los Subtenientes, sucesora de uno de los principales centros de enseñanza del Setecientos: la Academia de Matemáticas de Barcelona (1720-1803). Destinada a la formación de las armas generales y de preparación para entrar en la Escuela de Ingenieros estaba la Academia de Zamora, instituida ya en 1790.

²¹ Además, el Conservatorio se convirtió en un centro del que dependerán una serie de establecimientos situados en distintas ciudades españolas. Con la colaboración de sociedades económicas o juntas de comercio, impartirán una enseñanza técnica elemental que se fijó en dos cátedras, una de ellas de Geometría. Para un estudio más detallado del Real Conservatorio de Artes (1824-1887) bajo la dirección de Peñalver, véase P. J. RAMÓN y M. SILVA, 2007, pp. 240-250.

²² M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, p. 7.

Al inicio del siglo XIX la instrucción matemática de los dos cuerpos facultativos del Ejército o *armas sabias* era bastante diferente²³. Los ingenieros militares tenían un planteamiento más similar al señalado en la Escuela de Betancourt, es decir, un examen de ingreso sobre matemática elemental y superior, para limitar su estudio en la carrera, mientras que los artilleros —para quienes la edad de ingreso en su colegio era de doce años— no exigían ninguna prueba de entrada y desarrollaban en su centro una enseñanza más gradual y escalonada de las matemáticas. En cuanto a la geometría descriptiva, según se afirma en el *Estudio histórico del cuerpo de ingenieros del Ejército*²⁴, los ingenieros aprendían esta materia dentro de la asignatura de Dibujo.

	Ingenieros militares (1803, tres años de formación)	Artilleros (1804, cuatro años de formación)
Examen de ingreso	Nociones de Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral	
Primero	Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral	Cálculo Numérico y Literal, Geometría Especulativa y Práctica, Trigonometría Plana
Segundo		Secciones Cónicas, Álgebra, Aplicaciones del Álgebra a la Geometría
Tercero	Trigonometría Esférica	Cálculo Diferencial e Integral

Cuadro 6.1. Las matemáticas en los planes de estudios de las academias militares, 1803-1804.

Respecto a los libros de texto, ambos centros coincidían en resaltar la necesidad que había de redactar nuevas obras científicas y militares para la formación de sus oficiales. A principios del siglo, en la Escuela de Ingenieros Militares aún se utilizaba el *Curso militar de matemáticas*²⁵ de Pedro Padilla Arcos, redactado entre 1753 y 1756, e incluso en 1807 se realizó una reimpresión de los dos primeros tomos —*Aritmética* y *Geometría elemental*—. Pero estos textos no satisfacían ya las necesidades académicas; por ello se reforzó el personal y se encargó al profesor Antonio Sangenis (1767-1809) la organización de un plan de trabajo para la elaboración de veinte tratados distribuidos en materias científicas y militares. En lo que a matemáticas se refiere, consta que en agosto de 1807 Sangenis estaba escribiendo el *Tratado analítico de las*

²³ La evolución y la normativa que rigió la enseñanza militar en la España del XIX pueden verse en M.^a Á. VELAMAZÁN, 1994.

²⁴ EHCIE, 1911, t. II, p. 26.

²⁵ *Curso militar de matemáticas, sobre las partes de estas ciencias pertenecientes al arte de la guerra, para el uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps*, 1753-1756; t. I: *Aritmética vulgar*; t. II: *Geometría elemental o de Euclides*; t. III: *Álgebra elemental*, t. IV: *Geometría superior o de las curvas y de los cálculos diferencial e integral o método de las fluxiones*.

secciones cónicas y las *Cantidades radicales y otras teorías del álgebra*²⁶. En el Colegio de Artillería se disponía de textos expresamente redactados para su enseñanza. Así, el manual utilizado era el *Curso matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería*²⁷, redactado por Pedro Giannini entre 1775 y 1803. Posteriormente, en 1807, un profesor del centro, Francisco Dátoli (1767-1810), publicó un *Curso de matemáticas para el uso de los oficiales y caballeros cadetes del Real Cuerpo de Artillería*²⁸. Para su redacción, Dátoli se sirvió de las obras de Giannini y de las del profesor de Mecánica de la Escuela Politécnica de París en esos años, Sylvestre-François Lacroix (1765-1843).

La guerra de la Independencia (1808-1814) supuso una gran convulsión nacional que, en lo que a la enseñanza militar se refiere, hizo que los centros tuvieran que cerrarse. Con dificultades y de manera discontinua, ingenieros y artilleros lograron su reapertura en el sur de la Península o en las Islas Baleares. Además, dos de los matemáticos aquí citados murieron en ella: como fiel reflejo de lo que acontecía en la sociedad española, uno, Dátoli, perdió la vida apoyando a los franceses, y, en cambio, el otro, Sangenís, falleció en el segundo sitio de Zaragoza luchando contra ellos.

En 1814 los dos centros volvieron a sus ubicaciones respectivas, reanudaron sus clases y modificaron sus planes de estudio. Ambos aumentaron en un año su período de formación académica e incluyeron más materias de contenido científico, con una enseñanza escalonada de los conocimientos matemáticos, en la que se daba mayor relevancia a su componente geométrica —en particular, en el Colegio de Artillería aparece ya la Geometría Descriptiva como asignatura independiente—. Igualmente, en la Academia de Ingeniería aparecieron hechos novedosos, como la aplicación del método de pizarras —proveniente de la Escuela Politécnica de París—²⁹; además, en 1819 un profesor de este centro, Mariano Zorraquín Merino (1785-1823), publicó el primer libro de texto de geometría descriptiva escrito por un matemático español.

El libro de *Geometría analítica-descriptiva* de Zorraquín está basado, como él mismo afirma, en las obras de Monge, Lacroix, Biot, Puissant, Hachette, Garnier y

²⁶ EHCIE, 1911, t. II, p. 34.

²⁷ *Curso matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería, 1779-1803*; t. I: *Elementos de geometría plana y sólida, propiedades de las líneas trigonométricas y de las secciones cónicas*; t. II: *Aritmética y álgebra*; t. III: *Cálculo diferencial e integral*; t. IV: *Mecánica*.

²⁸ Esta obra comprendía tres tomos: t. I: *Aritmética*; t. II: *Álgebra*; t. III: *Geometría*. Posiblemente, la idea del autor fuera la de redactar más volúmenes sobre disciplinas matemáticas, ya que, por lo que afirma en el prólogo de su obra, da toda la sensación de que su *Curso de matemáticas* sea un trabajo inacabado.

²⁹ El método de pizarras consistía en escribir en ellas, antes de la hora de clase, los cálculos, figuras o resúmenes necesarios para la explicación del tema; así, la pizarra se convertía en un cuadro sinóptico organizado y ordenado que contenía todas las ecuaciones, fórmulas, cálculos y figuras necesarias para comprender los diversos aparatos, máquinas y construcciones.

Boucharlat. Lo más importante e innovador de su trabajo fue que los dos desarrollos de la geometría, hasta entonces expuestos de manera separada —la expresión algebraica, por un lado, y la gráfica, por otro—, los unificó en una única disciplina. Del mismo modo que Sangenís y Dátoli, también Zorraquín murió debido a la situación política española, ya que falleció en la confrontación bélica que puso fin al Trienio Liberal (1820-1823).

Durante esos años las academias militares dieron muestras de apoyo al liberalismo, y cuando en 1823 Fernando VII volvió al poder decretó el cierre de todos los centros de enseñanza militar³⁰. Su objetivo fue entonces la creación de unas fuerzas armadas fieles, lo que tuvo su reflejo en la nueva política educativa militar. El 1 de junio de 1825 se produjo la apertura del Real Colegio General Militar en el Alcázar de Segovia para la formación de toda la oficialidad del Ejército, tanto de Infantería y Caballería como de Artillería e Ingenieros.

Los estudios se fijaron en cinco años, sin especificar ninguna distinción de formación entre las cuatro armas. También se establecieron los libros que debían usarse en la enseñanza de las matemáticas. Por el texto de Lacroix debían estudiarse la Aritmética, el Álgebra, la Geometría Especulativa, la Trigonometría y el Cálculo Diferencial e Integral; por el de Monge, la Geometría Descriptiva; por el de Giannini, la Geometría Práctica; y por el de Zorraquín, la Aplicación del Álgebra a la Geometría.

En este centro, y desde su creación, ejerció la docencia Jacinto Feliu (1787-1867), el matemático y sacerdote de las Escuelas Pías; también, durante un breve espacio de tiempo —desde 1825 hasta 1827—, fue profesor del Colegio General Militar el entonces capitán de ingenieros Fernando García San Pedro (1796-1854)³¹, quien para la enseñanza en dicho centro redactó en 1828 el manual de *Teoría algebraica elemental de las cantidades que varían por incrementos positivos o negativos de sus variables componentes, o sea cálculo diferencial e integral*.

Aunque este libro es muy poco didáctico, contiene una aportación fundamental: *investigación*. Es poco pedagógico, ya que en primer lugar se redacta todo el texto y se dejan en las páginas finales las fórmulas y las ecuaciones. Tal vez si en la exposición de la clase utilizaban el método de pizarras se entienda mejor la razón de esta presentación. A pesar de ello, se puede considerar que García San Pedro era un profundo conocedor de la matemática de su tiempo y que, con su método de los incrementos ideales³², aportó esfuerzo e investigación a un tema importante en las matemáticas del siglo XIX, como era la fundamentación del cálculo diferencial e integral. No lo consiguió, ya que fue el matemático francés Cauchy quien, por esos mismos años, logró la solución.

³⁰ Orden circular del Ministerio de la Guerra de 27 de septiembre de 1823.

³¹ Para obtener más información sobre Fernando García San Pedro, véase M.^a Á. VELAMAZÁN y E. AUSEJO, 1991.

³² Véase M.^a Á. VELAMAZÁN, 2000.

En la misma época el artillero José Odriozola (1785-1864)³³ inició la redacción de libros de texto. Su *Curso completo de matemáticas puras* fue publicado por vez primera en Madrid entre 1827 y 1829, y consta de cuatro tomos: *Aritmética y álgebra elemental*, *Geometría elemental y trigonometría*, *Álgebra sublime y geometría analítica* y *Cálculo diferencial e integral*. La obra fue consecuencia de que la Junta Superior Facultativa del Real Cuerpo de Artillería consideraba³⁴ que se necesitaba un libro más apropiado para la formación de los artilleros que el curso de matemáticas de Lacroix o el cálculo diferencial e integral de Vallejo. Odriozola realizó esta tarea y su *Curso completo de matemáticas puras* comprende un total de 1.385 páginas con 424 figuras. En él, la utilidad de las matemáticas en sí mismas o como herramienta al servicio de otras ciencias se pone de manifiesto ya en la dedicatoria.

Comparando la obra de Odriozola con otras de la misma época se pueden mencionar algunos hechos distintivos. En el primer tomo, *Aritmética y álgebra elemental*, el autor indica que él va a trabajar, no como se hace habitualmente, enseñando primero aritmética y después álgebra, sino conjuntamente, ya que en realidad una está incluida en la otra. En esta parte hay que señalar la aparición de un capítulo con entidad propia en el que se desarrollan «Algunas propiedades de los números naturales»: divisibilidad, números primos, descomposición en factores primos... También hay que destacar cierto rechazo a trabajar con cantidades que no sean naturales o racionales.

En los contenidos del segundo tomo, *Geometría elemental y trigonometría*, la mayor diferencia con respecto a otros textos estriba en la ordenación de los contenidos. En efecto, después del estudio de la geometría, plana y del espacio, Odriozola introduce unas primeras nociones prácticas de topografía y, tras el desarrollo de la trigonometría plana, presenta unas aplicaciones a la geodesia³⁵ y unas nociones de trigonometría esférica, exponiendo nuevas aplicaciones de esta. Entre ambos tomos cabe señalar que el segundo tiene un aspecto de mayor modernidad que el primero, tanto en el contenido matemático como en el lenguaje empleado. Ambos ofrecen una ordenación didácticamente progresiva en la incorporación de contenidos, lo que hizo de ellos una obra deseable en la formación matemática elemental y con una vigencia educativa cercana a los treinta años.

Sobre matemática superior tratan los tomos tercero y cuarto. Este último es el *Cálculo diferencial e integral*, y en él también se habla de la problemática de su fundamentación. Ante este hecho, en el aspecto teórico Odriozola se refugia en el álgebra —al estilo de Lagrange—, pero en la práctica, por la sencillez del lenguaje y por

³³ Para obtener más información sobre José Odriozola véase J. NAVARRO y M.^a Á. VELAMAZÁN, 2006.

³⁴ El dictamen, fechado en 1828, está incluido en la hoja de servicios de Odriozola.

³⁵ En esta idea Odriozola coincide con Lista, superando el concepto de aplicaciones de la geometría y la trigonometría solo a la topografía, ampliándolo a la geodesia, y tomando aquella como un caso particular de esta.

tener siempre presentes distintas circunstancias de las funciones que emplea, prefiere la notación clásica de las diferenciales. Según Medrano³⁶, en comparación con otros libros de texto de cálculo diferencial e integral escritos por españoles en la misma época, este autor es el más fiel seguidor de Lagrange.

Odriozola no ejerció la docencia en el Colegio General Militar —a diferencia de García San Pedro—, pero la inadecuada formación en este centro para los cuerpos facultativos del Ejército hizo que, casi al final de la Década Ominosa, los centros de enseñanza de Artillería e Ingenieros lograran su reapertura³⁷, y Odriozola y García San Pedro, respectivamente, pasaron a ser profesores en ellos.

II

LOS LIBERALES LLEGAN AL PODER (1833-1857)

Indudablemente, la década de los años treinta, con la entrada en el poder de los liberales, fue una época de reformas y de mejoras en la enseñanza en general. Como en este mismo trabajo se puede ver, se ordenó la primera enseñanza, se comenzaron a establecer los primeros institutos de segunda enseñanza, la sección de Ciencias inició su andadura en la Facultad de Filosofía, la Escuela de Caminos y Canales consiguió su tercera y definitiva reapertura, y se abrió un amplio abanico de centros docentes para las distintas especialidades de la ingeniería civil. Finalmente, para los oficiales de los cuerpos facultativos militares constituyó un tiempo de apertura y de elevación de las exigencias y del nivel científico en su formación.

II.1. *Las matemáticas en la universidad*

Tras el fallido intento del plan de estudios del duque de Rivas en 1836, el texto legal progresista del R. D. de 8 de junio de 1843, que no llegó a aplicarse, o los confusos planteamientos del Plan Pidal de 1845, la norma legislativa que regía los estudios españoles, previa a la Ley Moyano, era el reglamento de estudios de 10 de septiembre de 1852. Este reglamento volvía a entremezclar oscuramente la segunda enseñanza con la Facultad de Filosofía (grado de bachiller). Para los períodos de licenciatura y doctorado en Filosofía establecía cuatro secciones diferenciadas: Literatura, Administración, Ciencias Físico-Matemáticas y Químicas, y Ciencias Naturales, estas dos últimas, antecedentes inmediatos de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

³⁶ F. J. MEDRANO, 2005, p. 332.

³⁷ Por R. O. de 20 de agosto de 1826 se reabrió la Academia de Ingenieros en Madrid y, después de algunos traslados, finalmente consiguió su estabilidad y en 1833 se instaló en Guadalajara. Para Artillería, el 2 de diciembre de 1828 se aprobó el restablecimiento del Colegio y en 1830 se inició su funcionamiento con un nuevo plan de estudios, y por primera vez se exigía un mínimo de conocimientos en el examen de ingreso: en matemáticas, «saber exactamente las cuatro reglas de sumar, restar, multiplicar y dividir».

Se incluyeron como asignaturas de contenido matemático en la sección de Ciencias Físico-Matemáticas y Químicas, en el grado de licenciado, Álgebra Superior y Geometría Analítica (lección diaria en primer curso), Cálculos Diferencial e Integral (diaria en segundo), junto a otras de vinculación matemática como Mecánica (diaria en tercero) o, en quinto curso, Física Matemática (diaria) y Geografía Astronómica, Física y Política (alterna)³⁸. Los contenidos de estas asignaturas se desarrollaban según los textos oficiales indicados en la R. O. de 15 de septiembre de 1852, que eran, para Álgebra Superior y Geometría Analítica, Zorraquín y Gómez de Santa María³⁹; y, para Cálculos Sublimes, Boucharlat (traducido por Jerónimo del Campo), García San Pedro y Navier (traducido)⁴⁰.

La *Geometría analítica* (1846) de Gómez de Santa María está dividida en dos partes: en la primera, de fundamentación, el autor desarrolla las expresiones algebraicas de las curvas, especialmente de las cónicas, y estudia estas en profundidad; la segunda comprende el análisis de tres dimensiones (rectas y planos en el espacio, superficies cualesquiera...) y la trigonometría esférica (fórmulas generales y resolución de triángulos esféricos).

II.2. *Las matemáticas en la formación de los ingenieros*

Tras el reglamento de 1821, hay que esperar al restablecimiento de la Escuela de Caminos en 1834, a la apertura de la Escuela de Minas⁴¹ en 1835, a los vaivenes de la Escuela de Montes —con intentos de apertura en 1835 y 1843— hasta su establecimiento en 1846, a las vicisitudes de la Escuela de Agricultura hasta implantarse en 1855 o a la creación del Real Instituto Industrial en 1850 para ver consolidados los estudios en las escuelas especiales.

Para dar respuesta a la pregunta de dónde se estudiaban las matemáticas en la formación de los ingenieros civiles, hay que señalar las distintas formas de acceso a las escuelas de ingenieros a lo largo del segundo tercio del siglo XIX; en el período 1833-1857 se realizó de dos formas diferenciadas: Escuela Preparatoria (1848-1855) y examen de ingreso (1834-1848⁴²/1855-1857). En los primeros años del período liberal,

³⁸ En el grado de doctor, en sexto curso, aparece la asignatura de Astronomía Física y de Observación, de lección diaria.

³⁹ Además de ser el autor de unos *Elementos de matemáticas*, en tres volúmenes publicados en 1844, hay que reseñar su importancia en este apartado por haber escrito un *Tratado completo de matemáticas* cuyo tomo IV, *Geometría analítica o aplicación del análisis a la geometría*, publicado en Madrid en 1846, fue declarado obra de texto en la Facultad de Filosofía (estudios de ampliación), al menos en los años 1847, 1849, 1850, 1852 y 1864-1867.

⁴⁰ De estas obras, las de edición más reciente son la de Gómez de Santa María y la traducción de Navier. El contenido de la segunda se expondrá en el período siguiente (1857-1874).

⁴¹ Que fue el traslado de la Escuela de Almadén.

⁴² En este primer período se encontraba presente la idea del Colegio Científico —antecedente de la Escuela Preparatoria— para impartir las disciplinas de ciencia básica como las matemáticas, pero diversas vicisitudes lo impidieron. Véanse los detalles en M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 295-311.

las escuelas de Caminos y Minas tuvieron ciertas diferencias en el trato dispensado a las matemáticas, tanto en el examen de ingreso como en la actitud respecto a la no implantación del Colegio Científico.

Así, en el examen de ingreso, la Escuela de Caminos exigía desde aritmética hasta geometría analítica con el nivel desarrollado en las obras de Lacroix (1765-1843) —también, hasta 1845, aparecía como recomendado el texto de Vallejo—, e incluía en su plan de estudios las asignaturas de Cálculo Infinitesimal, Cálculo del Álgebra Trascendente, Geometría Analítica y Geometría Descriptiva, que deberían haberse cursado en el Colegio Científico⁴³.

Las obras de Lacroix, que venían usándose como textos en el primer tercio del siglo XIX tanto en la enseñanza militar como en la civil, permiten conocer los contenidos exigidos en el examen de ingreso en la Escuela de Caminos⁴⁴. De su obra, *Cours élémentaire de mathématiques pures*, solo se tradujeron al castellano los cuatro primeros tomos, correspondientes a aritmética, álgebra, geometría, trigonometría rectilínea y esférica y aplicación del álgebra a la geometría⁴⁵, aunque también se utilizaron las ediciones francesas, en particular la del *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral*, del que no se conoce traducción alguna y que figura entre los libros de texto para matemáticas superiores en la Facultad de Filosofía en los años 1847 y 1849, así como en la enseñanza de ampliación de las escuelas industriales⁴⁶.

Los contenidos del tomo primero —*Aritmética*— siguen un desarrollo habitual con las cuatro operaciones elementales para números naturales, racionales —y decimales— y complejos o denominados, y concluyen con el estudio de razones y proporciones y las aplicaciones al cálculo mercantil. Como novedades de interés, muestra unos primeros resultados sobre divisibilidad o la teoría de los números primos, así como una amplia exposición del «Nuevo sistema de medidas francesas» —el métrico decimal— y su comparación con los existentes en distintos países⁴⁷. El desarrollo del

⁴³ Sin embargo, la Escuela de Minas comenzó exigiendo un certificado de haber cursado las asignaturas de matemáticas para poder presentarse al examen de acceso, pero, a diferencia de Caminos, luego no incorporó las asignaturas de mayor nivel matemático a su plan de estudios.

⁴⁴ La obra de Lacroix, de clara primacía en España en el segundo cuarto del siglo XIX, hay que enmarcarla en la doble perspectiva de su amplia experiencia docente en Francia —con la consiguiente repercusión educativa y matemática— y la influencia del sistema educativo francés en el desarrollo del español. Sobre la figura, el pensamiento y la obra de Lacroix, con su influencia en nuestro país, puede verse F. VEA MUNIESA, 1991.

⁴⁵ El uso docente de la obra de Lacroix en España data de la primera década del siglo XIX, pero el espaldarazo a las traducciones de sus obras llega en 1824 con el plan de estudios de Calomarde, que las toma como texto en las cátedras de Matemáticas Superiores de la Facultad de Filosofía.

⁴⁶ Véase la *Gaceta de Madrid* del 24 de septiembre de 1851.

⁴⁷ Este tema es importante, pues va a ocupar una parte estable dentro del currículo matemático de la primera y la segunda enseñanzas españolas a partir de la mitad del siglo XIX. Por el contrario, Lacroix omite en la parte de aritmética el estudio de los logaritmos, que pospone al del álgebra,

tomo segundo —*Álgebra*— es confuso y retórico, debido fundamentalmente al método pedagógico de Lacroix de pasar de lo particular a lo general, que en este punto se transforma en el paso de la aritmética al álgebra. Su contenido específico no varía sustancialmente respecto a otros textos sobre este tema publicados en España en el mismo período, con un tratamiento específico, minucioso, receloso y farragoso de las raíces negativas en ecuaciones de primer grado, y de las raíces irracionales e imaginarias en las de grado dos o superior.

Como puntos de interés habría que señalar el desarrollo de la fórmula del binomio de Newton, la descomposición de una ecuación en factores simples o el amplio estudio para la resolución por métodos de aproximación de las ecuaciones algebraicas. Lacroix desarrolla el estudio «De las cantidades exponenciales, y de los logaritmos» como parte final del *Álgebra*, donde destaca el estudio de la «Relación que tienen entre sí los logaritmos de un mismo número tomados en distintos sistemas».

Del tomo tercero —*Geometría*— deben señalarse dos cuestiones previas al análisis de contenidos: la influencia matemática de Monge en esta parte de su obra —la más reeditada en Francia—, que el propio Lacroix señala como consecuencia de haber asistido en 1794 a las clases de aquel en la Escuela Politécnica, y la influencia pedagógica de Pestalozzi, por la que Lacroix señala la geometría como materia básica de la enseñanza. Ambas influencias se trasladan a la obra en la doble dirección de rigor y orden matemáticos, y de claridad y sencillez pedagógicas. Su contenido presenta un desarrollo geométrico clásico, de tipo euclidiano, tanto en el plano como en el espacio.

La obra de Lacroix de mayor nivel matemático traducida al castellano es el *Tratado elemental de trigonometría rectilínea y esférica, y de la aplicación del álgebra a la geometría*. El interés de este cuarto tomo no radica en el desarrollo de su primera parte, que también dedica un espacio a las aplicaciones topográficas; su verdadera importancia está en el capítulo III⁴⁸ («De la aplicación del álgebra a la geometría») y en el apéndice (sobre la «Aplicación del álgebra a las superficies curvas y a las curvas de doble curvatura», es decir, alabeadas).

La Escuela Preparatoria, en su primera etapa (1848-1855), se estableció por el R. D. de 6 de noviembre de 1848 y constaba de dos cursos con cinco clases diarias⁴⁹.

y tampoco hace ninguna referencia a las potencias y las raíces de los números, que también desarrollará junto a dichas operaciones para expresiones algebraicas. Lacroix omite, rehúye e incluso se opone a las cantidades negativas e imaginarias, como se señala en F. VEA y R. ROYO, 1990, p. 428.

⁴⁸ Desarrolla desde una exposición global sobre el sistema de aplicación del álgebra a la geometría hasta la obtención de lugares geométricos en general, pasando por el estudio de los sistemas de coordenadas y por un exhaustivo análisis de las cónicas, y concluye con una exposición de curvas de grado superior.

⁴⁹ El cuadro es de elaboración propia a partir de M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 64-66.

Clases (1,5 horas)	Primer año	Segundo año
Primera clase (diaria)	Cálc. Diferencial e Int. Aplic. del Análisis a Geom.	Mecánica Racional
Segunda clase (alterna)	Geometría Descriptiva	Aplicaciones de la Geometría Descriptiva
Tercera clase (diaria)	Construcciones Gráficas	Construcciones Gráficas
Cuarta clase (alterna)	Física y Química	Topografía y Geodesia
Quinta clase (diaria)	Dib. de Paisaje. Dib. de Lavado de Órdenes de Arquit.	Dib. Topográfico. Dib. de Lavado de Órdenes Arquit.

Cuadro 6.2. Estudios de la Escuela Preparatoria (R. D. de 6 de noviembre de 1848).

Para acceder a la Escuela Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos se exigía un examen de acceso sobre las siguientes materias: Geometría Especulativa y Práctica; Trigonometría Rectilínea y Esférica con el uso de las tablas logarítmicas; Aplicación del Álgebra a la Geometría, incluidas las superficies de segundo grado; Dibujo Lineal o de Figura; y Traducción del francés. En definitiva, hasta comenzar los estudios técnicos de la correspondiente escuela especial, los conocimientos de matemáticas se validaban con el examen de acceso y otros en los cursos preparatorios.

En el nivel más elemental de la formación matemática se pueden encontrar los contenidos de aritmética, que, entre 1845 y 1855, tuvieron una de sus referencias en la traducción de la obra de Bourdon, utilizada en segunda enseñanza (1847-1850), en la Escuela Preparatoria (1848-1855), en los estudios elementales de las escuelas de Industriales (1851) o en el examen de ingreso para la Escuela de Caminos (1857).

Para el estudio del cálculo diferencial, entre otros temas, se utilizaba la obra de Navier, traducida por el arquitecto Eugenio de la Cámara, que fue seguida en la Facultad de Ciencias (1847-1868), en los estudios de ampliación de la Escuela de Ingenieros Industriales (1851), en la Escuela de Arquitectura (1861-1864), en la Escuela Preparatoria (1848-1855), en el examen de ingreso de la Escuela de Montes (1859) y en el Colegio de Artillería de Segovia (1865).

En geometría descriptiva, tres libros muy utilizados en su enseñanza en el período 1845-1857 fueron los de los franceses Leroy⁵⁰, Olivier⁵¹ y

⁵⁰ Este texto también fue usado en la Facultad de Ciencias (1858-1861 y 1867-1868), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la Preparatoria (1848-1855), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

⁵¹ Usado además en la Facultad de Ciencias (1858-1867), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la de Arquitectura (1861-1864), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

Adhémar⁵². Obligada referencia hay que hacer al establecimiento de los estudios de Ingeniería Industrial, según el R. D. de 4 de septiembre de 1850, poniendo el acento en la enseñanza de ampliación⁵³ de las escuelas industriales⁵⁴.

Según el mencionado plan de estudios de 1850, las matemáticas se imparten en los dos primeros cursos, donde aparecen las asignaturas de Ampliación de Álgebra y de Geometría, Geometría Analítica y Cálculo Infinitesimal con sus principales aplicaciones, Geometría Descriptiva y Continuación de la Geometría Descriptiva con sus aplicaciones; es decir, cuatro asignaturas cuatrimestrales de clase diaria, las tres primeras en el primer curso y solo la última en el segundo curso de los estudios de ampliación⁵⁵. Los libros de texto⁵⁶ utilizados en estas asignaturas a partir⁵⁷ del curso 1851-1852⁵⁸ fueron, para Ampliación de Álgebra y de Geometría:

⁵² El uso de esta obra superó la Ley Moyano: en la Facultad de Ciencias (1867-1868), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la de Arquitectura (1861-1864), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

⁵³ Las matemáticas en la enseñanza elemental se correspondían con los *Elementos de matemáticas*, impartidos en los institutos de segunda enseñanza. En la enseñanza superior del Real Instituto Industrial de Madrid no había ninguna asignatura de matemáticas. Para acceder a este segundo nivel de formación técnica se exigía cumplir alguna de las tres condiciones siguientes: 1) estudiar y aprobar los dos primeros cursos de la enseñanza elemental; 2) estudiar y aprobar los tres cursos de la Escuela Normal Superior de Instrucción Primaria (maestro superior); 3) estudiar en un centro público y aprobar un examen de Gramática Castellana, los dos años de Matemáticas Elementales, y Dibujo Lineal y de Figura o de Adorno. Esta última condición era la más parecida a un examen de ingreso, pero resulta evidente que las escuelas industriales no nacieron con el espíritu elitista del resto de las escuelas especiales.

⁵⁴ Un estudio fundamental para el conocimiento de las matemáticas en las escuelas industriales es el de G. LUSA MONFORTE, 1975.

⁵⁵ Durante los tres primeros cursos se imparte la asignatura de Delineación o Delineación y Modelado, de eminente carácter práctico, que tiene vínculos con la de Geometría Descriptiva.

⁵⁶ *Gaceta de Madrid* del 24 de septiembre de 1851. Algunos de los libros de texto son semejantes a los de segunda enseñanza —las asignaturas de nivel elemental—, y otros coinciden con los de la Facultad de Filosofía (sección de Ciencias) o con los usados en las academias militares. Para valoraciones comparativas de libros de texto usados en el segundo tercio del siglo XIX puede verse F. VEA MUNIESA, 1996.

⁵⁷ Con algunos cambios poco significativos, se usaron hasta el curso 1857-1858.

⁵⁸ En el período 1858-1868 hay que tener en cuenta que tanto la Escuela de Industriales como la de Agrónomos estudiaban los contenidos matemáticos en la Facultad de Ciencias, y, por lo tanto, siguiendo los libros de texto, que aparecían en listas cada tres años. En la de 1867, publicada en la *Gaceta de Madrid* de los días 24 y 25 de septiembre de 1867, figuran las obras empleadas en la Escuela de Ingenieros Industriales, pero no las de Agrónomos. En las mismas listas figuran las obras utilizadas en la Escuela de Arquitectura (en Geometría Descriptiva, Olivier, Adhémar y Vallée; en Geometría Analítica, Lefébure de Fourcy, Cortázar y Zorraquín; en Cálculo Diferencial e Integral, Navier, Boucharlat y García San Pedro; y en Topografía, Giol-Goyanes, Clavijo y Carrillo de Albornoz) y en otros centros de formación especial (Náutica, Construcción Naval, Maestros de Obras, Aparejadores y Agrimensores...).

Azofra⁵⁹ (Geometría), Cortázar (Álgebra y Geometría), Oriol y Bernadet (Álgebra), Jariez (Álgebra), Bourdon (Álgebra), Lefébure de Fourcy (Álgebra), Bergery (Geometría), Dupin (Geometría), Vincent (Geometría) y Legendre (Geometría); para Geometría Analítica: Biot, Bourdon, Lefébure de Fourcy y Leroy; para Cálculo Infinitesimal⁶⁰ con sus principales aplicaciones: Lacroix, Navier, Cournot y Duhamel; y para Geometría Descriptiva con sus aplicaciones: Monge, Leroy, Olivier y Adhémar (utilizados también en la Escuela Preparatoria).

Muchos de los textos de la lista habían estado, y seguirían estando, presentes en la formación matemática en la España de los dos primeros tercios del siglo XIX. Con pequeños cambios, esta situación se mantuvo hasta la supresión del Real Instituto Industrial en 1867⁶¹.

II.3. *Las matemáticas en las academias militares*

Para la artillería y la ingeniería militar la década de los años treinta constituyó una etapa de apertura en la que se retomó la idea —puesta ya en práctica en el Setecientos— de la realización de viajes de conocimiento y observación fuera de nuestras fronteras. Así, José Odriozola en los años 1834 y 1835 y Fernando García San Pedro en 1838 se desplazaron por Europa con el objeto de conocer aspectos militares, científicos, industriales y educativos de otros países.

El viaje de García San Pedro sirvió de base para la publicación, en 1839, del reglamento más duradero de la Academia de Ingenieros, que rigió durante treinta años el funcionamiento de este centro. En él se fijaba un plan de estudios de cuatro años de duración donde los conocimientos matemáticos se exigían en el examen de ingreso y en el primer curso académico. Por el contrario, en el período 1833-1857, el Colegio de Artillería tuvo cambios de ubicación, de nombre —pasó a denominarse *Escuela Especial y Escuela de Aplicación*— y, sobre todo, de planes de estudios.

Si se comparan los estudios matemáticos exigidos en la formación de los ingenieros militares —con el plan de estudios de 1839— y de los artilleros —considerando, por ejemplo, su plan de 1845—, la situación es similar a la observada en ambos centros en épocas anteriores, aunque en este momento los artilleros cuentan con un examen de ingreso, con el que, según el nivel de conocimientos superados, pueden evitarse determinados cursos. También es posible iniciar en la Escuela Especial de Artillería un nivel básico de conocimientos matemáticos hasta alcanzar progresivamente los contenidos fijados en los estudios.

⁵⁹ La obra de Manuel M.^a de Azofra, publicada en 1838, tenía un contenido más amplio que la geometría: *Curso industrial o lecciones de aritmética, geometría y mecánica, aplicadas a las artes*.

⁶⁰ Un estudio de esta materia a lo largo de la segunda mitad del siglo XIX puede verse en G. LUSA MONFORTE, 1994.

⁶¹ La Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona quedó como referente hasta la puesta en marcha de la Escuela de Ingenieros Industriales de Bilbao en 1899. Habría que esperar a 1901 para el restablecimiento en Madrid de la Escuela Central de Ingenieros Industriales, por R. D. de 17 de agosto. Véase M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 94-282.

Matemáticas	Ingenieros militares (1839, cuatro años de formación)	Artilleros (1845, seis años de formación como máximo)
Examen de ingreso	Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría Rectilínea, Geometría Práctica	Se efectuaban exámenes de Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría; según las materias que se aprobaban, se pasaba a primero, segundo o tercer curso
Primero	Cálculo Diferencial e Integral, Geometría Analítica y Aplicaciones Teóricas de los Cálculos, Trigonometría Esférica, Geometría Descriptiva y sus Aplicaciones	Aritmética, Álgebra
Segundo		Geometría, Trigonometría, Álgebra Superior
Tercero y cuarto		Álgebra Superior, Geometría Analítica, Geometría Descriptiva y sus Aplicaciones, Cálculo Diferencial e Integral

Cuadro 6.3. Las matemáticas en los planes de estudios de enseñanza militar de ingenieros (1839) y artilleros (1845).

Con respecto a los manuales utilizados para la matemática elemental en la enseñanza de Artillería e Ingenieros, ambos centros aconsejan textos franceses como los de S.-F. Lacroix (1765-1843), P.-L. Cirodde (1749-1849), L.-P.-M. Bourdon (1779-1854) y A.-M. Legendre (1752-1833). También, de autores españoles: los ingenieros se inclinan más por los libros de J. Feliu (1787-1867) o J. Córdazar (1809-1873), y los artilleros, por los de J. Odrizola (1785-1864) y J. M. Vallejo (1779-1846). Para la matemática superior, cada centro, prácticamente, tuvo su propia producción, realizada por sus respectivos profesores, e incluso libros de texto sobre la misma materia se publicaron casi al mismo tiempo.

Una obra escrita para la enseñanza en la Academia de Ingenieros del Ejército y adoptada como tal fue el *Tratado de topografía y agrimensura* del profesor y general de dicho cuerpo Mariano Carrillo de Albornoz (1784-1860)⁶², publicada en 1838, aunque el propio autor señala que se trata de una modificación de la escrita en la segunda década del siglo XIX. El texto, que consta de cinco partes y un anexo, desarrolla los contenidos de la trigonometría rectilínea y sus aplicaciones a la topografía, en particular a la agrimensura. En la quinta parte incluye el estudio del dibujo topográfico y, en el anexo, la aplicación de todos los conceptos anteriores a la geodesia. Esta obra, cuyos contenidos conforman un texto de nivel superior al de la segunda enseñanza,

⁶² A este autor se le adjudica la traducción de la *Trigonometría* de Françoëur, pero, al no haber sido localizada, no puede constatar el hecho.

va a ser incluida en las listas de textos para secundaria de los años 1847 y 1849⁶³, y para las escuelas industriales en 1851. Ello supone un nuevo caso de tratado escrito para la enseñanza militar que se incorpora a la formación civil.

Para uso en la Academia de Ingeniería Militar varios profesores redactaron distintos manuales. Así, García San Pedro escribió sobre *Geometría analítica* (1840) —en realidad, era la unión de esta con el cálculo diferencial, es decir, geometría diferencial—, Ángel Rodríguez Arroquía elaboró el *Complemento a la geometría descriptiva: empleo de un solo plano de proyección valiéndose del sistema de acotaciones* (1850) y Manuel Díez de Prado compuso sus *Lecciones de trigonometría esférica y geometría analítica* (1852).

Para Artillería, además de que las obras de Odriozola continuaban reeditándose, José Bielsa compuso el *Tratado elemental de geometría descriptiva y sombras* (1846) y Francisco Sanchiz y Castillo⁶⁴ escribió tres manuales: *Cálculo diferencial* (1851), *Geometría analítica* (1851) y *Elementos de trigonometría* (1852).

El *Tratado de cálculo diferencial* de Sanchiz es importante, ya que se trata del primer texto escrito por un profesor militar en el que se observa la aceptación de la obra de Cauchy y en el que claramente se indica que el desarrollo de las funciones en serie no puede ser un principio sobre el que fundamentar el cálculo diferencial, sino más bien una aplicación de este. Tan importante apreciación es algo que los profesores de la Academia de Ingeniería, defensores de las ideas de García San Pedro, que había fundado su cálculo en el desarrollo en serie, no consiguieron desterrar de sus textos. También se puede destacar que en 1847, al crearse la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en Madrid, los militares Odriozola y García San Pedro fueron de los primeros académicos de la sección de Exactas. Posteriormente, algunos de los profesores citados antes (Sanchiz Castillo, Carrillo de Albornoz y Rodríguez Arroquía) también fueron nombrados académicos.

A pesar de que existió la posibilidad de acceder a la enseñanza común —a través del Colegio General Militar—, y después realizar la especialización correspondiente de las distintas armas y cuerpos del Ejército, la realidad es que ello no afectó a la formación de los ingenieros ni de los artilleros, y, finalmente, mediado el siglo XIX, la idea de formación común dejó de considerarse, lo que dio lugar a un amplio abanico de centros de enseñanza militar, diferenciados y propios para cada especialidad. En el Colegio General Militar, y desde su fundación en la Década Ominosa, había ejercido la docencia el sacerdote Jacinto Feliu de la Peña (1787-1867), quien para este centro

⁶³ *Gaceta de Madrid* de los días 11 de septiembre de 1847 y 25 de septiembre de 1849. En ambas se incluye una nota que señala que la obra «es demasiado extensa para servir de texto en la segunda enseñanza».

⁶⁴ Al igual que García San Pedro y Odriozola, también Rodríguez Arroquía y Sanchiz Castillo fueron comisionados para estudiar y conocer aspectos militares, científicos e industriales de otros países europeos.

escribió el *Tratado elemental de matemáticas* (1847-1848), que consta de seis volúmenes: *Aritmética*, *Álgebra*, *Geometría*, *Trigonometría*, *Aplicación del álgebra a la geometría o geometría analítica* y *Cálculo diferencial e integral*.

Comparando los cuatro primeros tomos del *Tratado* con los de matemática elemental publicados en torno a las mismas fechas por Juan Cortázar, se observa que ambos separan el desarrollo de la aritmética del álgebra, en contraposición con José Odriozola o con Bourdon, que defienden la unión de estas dos disciplinas. Respecto a la aritmética, ambos autores presentan similares contenidos, salvo por la carencia de desarrollo concreto y específico del sistema métrico decimal en Feliu; además, su exposición de la aritmética es más tradicional que la de Cortázar⁶⁵. En álgebra, los dos presentaron el tema de las progresiones aritméticas y geométricas y los logaritmos con un enfoque algebraico. En cuanto a geometría, Feliu reflejó los contenidos habituales de los textos de geometría elemental, elevando el nivel al incluir un apéndice sobre secciones cónicas que no aparecía en las primeras ediciones de la obra de Cortázar⁶⁶. En trigonometría ambos autores desarrollaron tanto la rectilínea como la esférica, dedicando un amplio espacio a los problemas, y como aplicación de esta se exponían las nociones más elementales de topografía.

III

DE LA LEY MOYANO A LA RESTAURACIÓN (1857-1874)

La Ley de Instrucción Pública de 9 de septiembre de 1857, conocida como *Ley Moyano*, marca un antes y un después en la historia de la educación en España.

III.1. *La Facultad de Ciencias*

La Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales se establece, con el mismo nivel que las tradicionales facultades mayores, en el artículo 31 de la Ley Moyano, que en sus artículos 34 y 35 desarrolla esquemáticamente los contenidos correspondientes a las tres secciones en que subdivide la Facultad: Ciencias Físico-Matemáticas, Ciencias Químicas y Ciencias Naturales. Su enseñanza tiene un particular interés por los períodos en que estuvo vinculada con la formación preparatoria de las escuelas especiales; por ello, se van a mostrar algunos aspectos puntuales de las matemáticas que se enseñaron en esta nueva Facultad a través de algunos planes de estudios y de los libros de texto utilizados.

En el plan de estudios de 23 de septiembre 1857 se puede encontrar la primera estructura curricular de la Facultad de Ciencias. Los tres primeros cursos son comunes

⁶⁵ Véase la comparación entre la parte de aritmética de Feliu y de Cortázar en M.^a Á. VELAMAZÁN y F. VEA, 1988.

⁶⁶ En posteriores ediciones se incluyó como complemento de la geometría elemental.

a las tres secciones y permiten obtener el grado de bachiller⁶⁷; los cursos cuarto y quinto, específicos de cada sección, conducen al grado de licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas, en Ciencias Químicas o en Ciencias Naturales; con los cursos sexto y séptimo de cada sección se alcanzaba el correspondiente grado de doctor.

Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Álgebra	Geom. y Trigon.	Historia Natural	Geom. Analítica	C. Dif. e Integral
Física	Química	Ejerc. Gráficos	Geom. Descript.	Geog. Astron.

Cuadro 6.4. Grado de licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas (plan de 1857).

El cuadro anterior muestra los contenidos correspondientes a la sección de Ciencias Físico-Matemáticas en los cinco cursos de la licenciatura⁶⁸, pudiéndose decir que en el período de grado de bachiller en la Facultad de Ciencias las asignaturas de contenido matemático eran una ampliación de los Elementos de Matemáticas correspondientes a la segunda enseñanza. Las asignaturas de mayor nivel matemático se impartían en el grado de licenciado. Con escasas modificaciones, excepto las realizadas en el Sexenio Revolucionario (1868-1874), este plan de estudios rigió la vida académica de la Facultad de Ciencias hasta la publicación del plan de estudios de 27 de octubre de 1875.

Los contenidos de las asignaturas pueden conocerse a través de los textos utilizados en 1858-1868, que aparecían en listas oficiales⁶⁹. Así, para Complemento de Álgebra —junto a Geometría y Trigonometría Rectilínea y Esférica, cuando se incluían ambas materias— se propusieron como libros de texto para todo el período los de Cortázar, Bourdon y Cirodde. Para Geometría Analítica, en los mismos años estuvieron presentes las obras de Cortázar y Gómez de Santa María, mientras que la de Zorraquín fue sustituida en el curso 1867-1868 por la de Lefébure de Fourcy. En Cálculo Diferencial e Integral, las tres obras señaladas para la Facultad de Ciencias fueron las de Navier (traducida por Cámara), Boucharlat (traducida por Campo) y Gar-

⁶⁷ No debe confundirse el grado de bachiller en artes o en segunda enseñanza con el grado de bachiller en la Facultad de Ciencias.

⁶⁸ Como se ha dicho, los contenidos matemáticos son comunes en los tres primeros cursos para las tres secciones. Solamente en la sección de Químicas se va a estudiar en lección diaria, en el quinto curso, la asignatura matemática de Geometría Analítica.

⁶⁹ En F. VEA MUNIESA, 1998, puede verse la relación de todas las asignaturas, publicada en 1858 y con tres años de vigencia. Posteriormente aparecerían nuevas listas en 1861, 1864 y 1867. Sobre las cuatro asignaturas de matemáticas de la Facultad de Ciencias se exponen contenidos y vigencia de las obras utilizadas.

cía San Pedro⁷⁰. Por último, en la asignatura de Geometría Descriptiva se utilizaron exclusivamente obras de autores franceses. Solo la de Vallée cubrió todo el período, mientras que la de Leroy fue texto oficial entre 1858-1861 y 1867-1868; la de Olivier, entre 1858 y 1867; la de Lefébure de Fourcy, en 1861-1867; y la de Adhémar, solo en el curso 1867-1868. En definitiva, las obras de autores franceses, en versión original o traducida, son mayoritarias en la primera década de funcionamiento de la Facultad de Ciencias, acompañadas por otras de profesores de enseñanza militar de la primera mitad del siglo XIX, y únicamente la presencia de textos del catedrático de la Facultad Juan Cortázar muestra la incorporación de nuevos autores de textos para el sistema educativo liberal.

Para detallar los contenidos de algunas de las asignaturas se pueden considerar los textos de Juan Cortázar de mayor nivel matemático, destinados a los alumnos de su cátedra de Álgebra Superior y Geometría Analítica, que se publican fundamentalmente a partir de la Ley Moyano de 1857⁷¹. Así, su *Complemento del álgebra* ve aparecer la tercera edición en 1864, el *Tratado de geometría analítica* tiene en 1862 la segunda y en 1867 la tercera, y el *Tratado de álgebra superior* llega a su segunda edición en 1858⁷². En el *Tratado de Geometría Analítica*, tras un breve repaso de los conceptos elementales, el autor estructura los contenidos en geometría analítica plana (ecuaciones de las líneas y estudio de las líneas de segundo orden) y geometría analítica del espacio (ecuaciones de las superficies y de las líneas y estudio de las superficies de segundo orden).

El *Tratado de álgebra superior*, en otras ediciones titulado *Complemento de álgebra*, dividido en seis partes, comienza con el estudio de las fracciones continuas y de las funciones derivadas, continúa con la teoría general de ecuaciones, su resolución numérica, las ecuaciones recíprocas y la resolución algebraica de las ecuaciones de tercer y cuarto grados, con la resolución trigonométrica de la de tercer grado, y acaba con el estudio de las series y de máximos y mínimos de funciones de una variable, y con la descomposición en fracciones simples de una función racional. A partir de 1868 desaparecieron las listas oficiales de libros de texto y se pasaría —según las épocas— a

⁷⁰ Resulta significativo que las tres obras correspondan a dos traducciones del francés, las de Eugenio de la Cámara (arquitecto, que fue catedrático de la Facultad de Ciencias y vicepresidente cuarto del fugaz Instituto de Ingenieros Civiles en 1865) y Jerónimo del Campo (ingeniero de caminos, canales y puertos y profesor de la Escuela de Caminos), junto al texto del ingeniero militar. Sobre la evolución de los libros de texto de matemáticas en este período puede verse F. VEA MUNIESA, 1996.

⁷¹ En ambas asignaturas fueron libros de texto oficiales en el período 1858-1868.

⁷² Debe tenerse en cuenta que el estudio del álgebra lo desarrolló Cortázar, tanto en su parte elemental como en la superior, conjuntamente dentro del *Tratado de álgebra*, como puede verse en la segunda edición de este, de 1849. El escaso número de alumnos de la Facultad de Ciencias no permitió que las obras tuvieran tantas reediciones como las destinadas a la segunda enseñanza.

recibir una autorización para su uso⁷³. En todo caso, en el Sexenio Revolucionario empezó a publicarse un mayor número de libros de texto, cuyos autores veían en la edición tanto un mérito profesional⁷⁴ como una forma de incrementar sus ingresos.

III.2. *La formación matemática de los ingenieros*

La Ley de Instrucción Pública de 1857 incluye los estudios de ingeniería como una parte más del sistema educativo. En su capítulo II, «De las enseñanzas superiores», artículo 47, se indican las siguientes: Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos, Ingeniería de Minas, Ingeniería de Montes, Ingeniería Agrónoma, Ingeniería Industrial, Bellas Artes, Diplomática y Notariado.

La preparación científico-matemática, previa a los estudios técnicos, se realizó en el período 1857-1874 de dos formas diferenciadas: Facultad de Ciencias (1858-1859, 1866-1868) y examen de ingreso (1857-1858, 1859-1866, 1868-1874). Comenzando por la Facultad de Ciencias, apenas tres cursos rigió la idea de estudiar determinadas asignaturas preparatorias para las escuelas especiales: el de 1858-1859, consecuencia de las ideas de la Ley Moyano, y los de 1866-1867 y 1867-1868, en los que la ideología más conservadora regía los destinos de España.

Asignaturas	Caminos	Minas	Montes	Agrónomos	Industriales
Comp. Álgebra, Geomet. y Trigon. R. y E.	X	X	X	X	X
Geometría Analítica en dos y tres dimensiones	X	X	X	X	X
Cálculos Difer., Integ., de diferencias y var.	X	X			X
Geometría Descriptiva	X				X
Mecánica	X	X			X
Geodesia	X				
Física Experimental	X	X		X	X
Química General	X	X		X	X
Zool., Bot. y Mineralogía con noc. de Geol.	X	X	X	X	X

Cuadro 6.5. Asignaturas que se habían de cursar en la Facultad de Ciencias (R. D. de 20 de septiembre de 1858).

⁷³ A pesar de la libertad de uso de libros de texto a partir de 1868, se siguieron imponiendo obras, fundamentalmente de los catedráticos de Madrid, pero comenzaron a publicarse textos de profesores *de provincias*.

⁷⁴ La elaboración de libros de texto servía como mérito dentro del escalafón de catedráticos, lo que, en el caso universitario, suponía pasar de *catedrático de entrada* a *catedrático de ascenso*, y de ahí a *catedrático de término*.

Como puede observarse, son los estudios de Ingeniería de Caminos, de Minas e Industrial⁷⁵ los que mayor vinculación tienen con los cursos de la Facultad de Ciencias; mientras tanto, los de Montes y Agrónoma se limitan a dos asignaturas de matemáticas. A pesar de la alta exigencia de contenidos previos, para acceder a la correspondiente Escuela de Ingenieros se realizaba un examen general de las asignaturas cursadas en la Facultad de Ciencias⁷⁶.

En el período 1855-1866⁷⁷ puede establecerse una síntesis de las condiciones requeridas para acceder a las Escuelas de Ingeniería de Caminos, de Minas y de Montes utilizando distintas disposiciones legales⁷⁸. Como requisitos básicos de matemáticas para presentarse al examen de ingreso, se podrían señalar cuatro asignaturas elementales —Aritmética, Álgebra, Geometría (con algunas nociones de Topografía) y Trigonometría (Rectilínea y Esférica)—, y junto a ellas aparece otra de mayor nivel matemático como es la Geometría Analítica. Con esta exigencia previa a la entrada en

Asignaturas	Caminos (1865)	Minas (1859)	Montes (1862)	Agrónomos (1860)	Industriales (1867)
Comp. Álgebra, Geomet. y Trigon. (1.º)				X (FC)	X (FC)
Geometría Analítica en tres dimens. (1.º)		X		X (FC)	X (FC)
Cálculo Infinitesimal (1.º)	X	X	X	X (2.º) (FC)	
Geometría Descriptiva (parte elemental) (1.º)	X	X	X	X (2.º) (FC)	
Topografía (1.º)			X		
Estereometría (2.º)			X		
Aplicaciones de Geometría Descriptiva (2.º)	X (1.º)	X			
Geodesia (2.º)	X		X		
Dibujo (y Prácticas)	X (1.º-6.º)	X (1.º-5.º)	X (1.º-4.º)	X (1.º-5.º)	

Cuadro 6.6. Asignaturas de matemáticas en los planes de estudios de ingeniería (1859-1867). [FC: Facultad de Ciencias].

⁷⁵ La elevada exigencia abarcaba asignaturas de los cinco cursos de la licenciatura en la Facultad de Ciencias, en sus tres secciones.

⁷⁶ Además del examen, se exigía el bachiller en artes, requisito un tanto redundante, porque era necesario para entrar en la Facultad de Ciencias.

⁷⁷ Salvo el curso 1858-1859, en el que se debían hacer los estudios previos en la Facultad de Ciencias, aunque esto no eliminó el examen de acceso.

⁷⁸ Reales decretos de 10 de agosto de 1855 y de 11 de septiembre de 1865 para Caminos; de 11 de enero de 1849, de 2 de julio de 1856 y de 21 de septiembre de 1859 para Minas; y de 18 de mayo de 1862 para Montes.

las escuelas especiales, cabría preguntarse qué contenidos matemáticos quedaban para impartirse dentro de las escuelas de Ingeniería⁷⁹.

Puede observarse que, además de requerir el examen de ingreso —con una menor exigencia de conocimientos matemáticos—, en la década siguiente, de forma excepcional, se incorporó el Cálculo Infinitesimal a los planes de estudios de las escuelas de Ingeniería, ya que la Geometría Descriptiva sí fue una materia estudiada habitualmente en ellas. Las asignaturas de matemáticas que se requerían en las escuelas de Ingeniería en este período eran Cálculos⁸⁰ y Geometría Descriptiva y sus aplicaciones⁸¹, junto con las aplicaciones de esta a otras materias de vinculación matemática, como Geodesia⁸², Geometría Subterránea⁸³ y Dibujo Lineal y Topográfico⁸⁴.

Analizando los libros de texto utilizados, se pueden conocer los contenidos matemáticos enseñados o exigidos en el período 1857-1868, donde las listas oficiales de libros de texto de obligado uso se implantaron en todos los niveles educativos⁸⁵. En la asignatura de Geometría Analítica, una referencia habitual fue la obra de Juan

⁷⁹ Se han incorporado al cuadro comparativo los estudios de Ingeniería Industrial, según los reales decretos de 20 de agosto de 1858 y de 8 de septiembre de 1860, y de Agrónomos, según el R. D. de 20 de agosto de 1858 y el reglamento de 6 de febrero de 1867. En ambos casos las asignaturas de contenido matemático se impartían en la Facultad de Ciencias (FC en el cuadro 6.6).

⁸⁰ Siguiendo la más detallada exposición de contenidos, la de Caminos, esta comprendía ideas generales de análisis algebraico, cálculo diferencial, cálculo integral, incluida la teoría de las trascendentes elípticas, cálculo de variaciones y cálculo de diferencias finitas.

⁸¹ De manera análoga, sus contenidos eran la exposición de los principios generales y la teoría de giros y cambio de planos de proyección, la aplicación de los principios y teorías anteriores a problemas de rectas y planos de intersección de poliedros, la aplicación de los mismos principios a problemas de curvas y superficies, incluida la intersección de estas últimas y la teoría de los contactos, y la curvatura de superficies; además, como complemento de la geometría descriptiva se daría una idea de otros sistemas de representación, como el método de los planos acotados, etc.

⁸² Para la que se establecían los siguientes contenidos: topografía, en la que se trataba primero el levantamiento de planos de corta extensión, luego la nivelación topográfica y finalmente la agrimensura; geomorfía terrestre, en la que se estudiaban los métodos y los instrumentos empleados para llevar a cabo los grandes trabajos geodésicos; geomorfía astronómica, como complemento de la anterior, incluida la gnomónica, y diversos sistemas de representación para el dibujo topográfico y las cartas geográficas.

⁸³ En la Escuela de Minas también se impartía la Geometría Analítica en tres dimensiones, porque no se exigía en el examen de ingreso. Respecto a la Geometría Subterránea, los contenidos eran levantamiento de planos de minas, cálculo y determinación de las curvas de nivel, dirección para fijar los puntos de rompimiento y manera de demarcar las pertenencias con la brújula y otros instrumentos.

⁸⁴ La asignatura era una prolongación práctica de la Geometría Descriptiva y era impartida por el profesor de esta asignatura.

⁸⁵ A partir de 1875 también se van a señalar libros de texto de referencia, pero sin el marcado carácter impositivo del final del segundo tercio del siglo XIX.

Cortázar⁸⁶, en la Escuela de Arquitectura (1861-1868) y en el examen de ingreso de la de Caminos (1859), la de Minas (1859-1867) y la de Montes (1863-1867).

En la Escuela de Arquitectura (1861-1864) y en el examen de ingreso de la de Montes (1859), para el estudio del Cálculo Diferencial se utilizaba, entre otras obras, el *Resumen de las lecciones de análisis*⁸⁷ de Navier, traducido por el arquitecto Eugenio de la Cámara, que consta de dos tomos. El primero comienza con una introducción que incluye nociones sobre funciones, series, continuidad y derivabilidad⁸⁸. Expone en profundidad los temas de derivadas y diferenciales de funciones de una y varias variables, el polinomio y el desarrollo en serie de Taylor, el estudio de máximos y mínimos y la aplicación de las derivadas a la geometría en dos y tres dimensiones, geometría diferencial. En el segundo tomo se aborda la integración de funciones (métodos elementales, por series, integración definida y sus aplicaciones geométricas), la resolución de ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, así como el cálculo de variaciones, todo ello con aplicaciones a la geometría (superficies). En *Geometría descriptiva*, tres libros muy utilizados en su enseñanza fueron los de Leroy⁸⁹, Olivier⁹⁰ y Adhémar⁹¹.

Entre 1854 y 1868 fue profesor de la Escuela de Caminos José Echegaray Eizaguirre (1832-1916). Durante su período de docencia, las asignaturas que impartió⁹² fueron Estereotomía, Cálculo Diferencial e Integral —que fue la disciplina que más veces enseñó—, Mecánica Racional, Mecánica Aplicada a las Construcciones, Geometría Descriptiva, Aplicaciones de la Geometría a las Sombras y a la Perspectiva, Hidráulica y,

⁸⁶ De este mismo autor se utilizaba el *Tratado de trigonometría y topografía*, que fue reeditado hasta el siglo xx (23.^a ed., en 1910), en las Escuelas de Montes (ingreso 1861, 1878 y 1899), de Agrónomos (1878, ingreso en 1893 y 1900), de Minas (ingreso en 1894) y General Preparatoria (ingreso en 1887 y 1889). Las obras de Cortázar se reeditaron con las correcciones de su hijo, el ingeniero de minas Daniel Cortázar. La *Geometría analítica* se seguía usando para el ingreso en la Escuela de Montes (1878 y 1881). Las cuatro partes de *Elementos de matemáticas* continuaban usándose en el examen de ingreso a la Escuela de Montes (1881).

⁸⁷ Llevaba por subtítulo *Dadas en la Escuela Politécnica de París por Mr. Navier con las notas de Mr. Liouville*. Eugenio de la Cámara, además de traducirlo, incluyó una introducción y unas notas.

⁸⁸ En el tema de derivabilidad incluye una exposición de los tres desarrollos históricos: la teoría de fluxiones, las cantidades infinitamente pequeñas y el método de los límites.

⁸⁹ Usado en la Facultad de Ciencias (1858-1861 y 1867-1868), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la Preparatoria (1848-1855), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

⁹⁰ Utilizado en la Facultad de Ciencias (1858-1867), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la de Arquitectura (1861-1864), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

⁹¹ Empleado en la Facultad de Ciencias (1867-1868), en la Escuela de Industriales (1851-1852), en la de Arquitectura (1861-1864), en la de Montes (1870-1871 y 1873-1874), en la de Minas (1859-1860 y 1870-1871) y en la de Caminos (1870-1871).

⁹² Véase J. M. SÁNCHEZ RON, 2004, pp. 615-616.

algunas veces, interinamente, Distribución de Aguas. En varias ocasiones Echegaray se expresó sobre la aportación de la Escuela de Caminos a las matemáticas en España:

En lo que va de siglo, grandes esfuerzos se han hecho en nuestra patria para salir [del] estado tan vergonzoso [en que estaba la matemática en España] [...]. En esta obra, que pudiéramos llamar *de regeneración matemática*, la Escuela de Caminos ha tenido una parte importantísima. Merced a su influjo, a la severidad de sus exámenes de ingreso, y a la preferencia que siempre dio a los estudios matemáticos puros, formose, en pocos años, un profesorado libre⁹³ de matemáticas elementales⁹⁴.

Siguiendo a Sánchez Ron⁹⁵ en el estudio de la contribución científica de Echegaray se puede tener un análisis de su trabajo en matemáticas. El primer libro que este publicó para la enseñanza en la Escuela fue un pequeño texto de 68 páginas titulado *Cálculo de variaciones* (1858). Esta obra surgió de sus clases de Cálculo Diferencial e Integral, para las que utilizaba la *Teoría de las funciones y del cálculo infinitesimal* de Cournot, pero, al parecer, con el fin de hacerlo más comprensible, elaboró este manual. En 1865 redactó unas colecciones de problemas resueltos de geometría tituladas *Problemas de geometría plana* y *Problemas de geometría analítica*, destinadas a la Escuela de Caminos, para facilitar la comprensión de estos temas y para la preparación de los exámenes de ingreso.

En ese mismo año, Echegaray fue elegido miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; a partir de entonces sus aportaciones a la matemática española dieron un giro y se enfocaron más hacia la matemática pura, de la que fue un gran defensor, y constituyeron la introducción en España de determinadas teorías matemáticas. Así, con la *Introducción a la geometría superior* (1867) y la *Memoria sobre la teoría de los determinantes* (1868) introdujo, respectivamente, la geometría de Chasles y el trabajo con los determinantes. Posteriormente, continuando en esta línea, lo más reseñable de su actividad matemática fueron sus cursos en el Ateneo de Madrid sobre la teoría de Galois (1896-1898) —punto de inflexión entre el álgebra clásica y la moderna—, las funciones elípticas (1899-1901) y abelianas (1901-1902) y las ecuaciones diferenciales (1904-1905). Con todo ello, y aunque constituye una apreciación desmedida, no es de extrañar esta conocida frase del matemático Rey Pastor (1889-1962): «Para la Matemática española, el siglo XIX comienza en 1865, y comienza con Echegaray»⁹⁶.

⁹³ Se refiere a los profesores de las academias particulares en que se preparaba a los estudiantes para el examen de ingreso.

⁹⁴ J. ECHEGARAY, 1897, citado en J. M. SÁNCHEZ RON, 2004, p. 605.

⁹⁵ J. M. SÁNCHEZ RON, 2004.

⁹⁶ Frase pronunciada por J. REY PASTOR, 1915, p. 9, en el discurso inaugural de la sección primera (Matemáticas) del Congreso de Valladolid de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, con el tema *Los progresos de la matemática en España y los progresos de España en la matemática*.

Finalmente, en el período revolucionario (1868-1874), el estudio de las matemáticas en las escuelas de Ingeniería se podía cursar en la *enseñanza libre* y desapareció de los planes de estudios de los distintos centros, en los que difícilmente volvería a aparecer, salvo por lo que respecta a la geometría descriptiva, pero se exigía en el examen de ingreso.

III.3. *Las matemáticas en las academias militares*

Para la enseñanza militar, la Ley Moyano no produjo ningún cambio sustancial y en estos años las academias continuaron con su habitual elaboración de textos científicos. De 1857 a 1868, la geometría descriptiva fue la disciplina matemática sobre la que más profesores militares escribieron libros. En 1857, el oficial de infantería José Jiménez Baz publicó un texto sobre ella, y unos años más tarde, en 1866, el comandante de infantería A. Lozano Ascarza redactó otro manual. A esta misma fecha corresponde el *Tratado elemental de geometría descriptiva seguido de unas ligeras nociones sobre perspectiva y sombras* del artillero Luis Felipe Alix, que presenta mayor interés, ya que en él hay un breve capítulo dedicado a la perspectiva axonométrica. Las fuentes para la realización del manual son francesas —cita a Leroy, La Gournerie y Adhémar—. Este libro fue escrito trece años antes que la *Axonometría o perspectiva axonométrica* de Eduardo Torroja (1847-1918), a quien suele considerarse como el primer autor que abordó estas cuestiones en España. El texto de Alix consta de tres partes: la primera trata de rectas y planos; la segunda, de líneas y superficies; y la tercera, de perspectiva y sombras. A su vez, el apartado de perspectiva tiene cinco capítulos: «Principios generales», «Perspectiva de planos», «Perspectiva de elevaciones», «Perspectiva axonométrica» y «Perspectiva caballera». El capítulo cuarto, que es el dedicado a la axonométrica, tiene un total de 12 páginas, en las que se estudia la naturaleza y las características de dicha perspectiva —distinguiendo entre isométrica, monodimétrica y anisométrica— y finaliza, para su mejor comprensión, con la realización de tres ejercicios de aplicación.

En 1858 se publicó un texto de estadística debido al oficial de administración militar José Lasarte y Carreras. Titulado *Nociones de estadística*, fue escrito catorce años después del *Tratado elemental de estadística*, publicado en 1844 y 1845 (tomos I y II), de José María Ibáñez Ramos (1793-1856), considerado como el primer manual completo y detallado sobre estadística escrito por un español⁹⁷. El manual del oficial Lasarte se basa, entre otros autores y como él mismo afirma, en las teorías de Ibáñez, Dufau y Peuchet. El contenido de la obra de Lasarte es de nivel matemático elemental, pues el objetivo es establecer la metodología adecuada para la obtención de datos. Se estructura en dos partes, de forma que en la primera se sientan las bases de cómo recoger de manera correcta la información, los datos estadísticos y las normas que deben utilizarse, mientras que la segunda señala los diferentes campos de aplicación de la estadística.

⁹⁷ Esta afirmación se ha tomado de F. J. MARTÍN-PLIEGO LÓPEZ, 2008.

ca: territorio (delimitación del país), población (habitantes y su clasificación por edades o sexos), producciones naturales (agricultura, ganadería, minería, inmuebles rústicos y urbanos), industrias y artes (fábricas y manufacturas, artes y oficios), comercio (interior y exterior) y hacienda (impuestos y contribuciones).

La matemática aplicada, en materias como la topografía, la geodesia y los aparatos topográficos o geodésicos, tuvo sus cultivadores en los ingenieros militares A. Cayuela, Rafael Clavijo, Ángel Rodríguez Arroquía y Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero.

En 1863, el artillero Francisco Sanchiz y Castillo redactó para su Academia un texto de *Cálculo integral* —que completaba al de *Cálculo diferencial* publicado doce años antes—, pero no parece que tuviera gran utilización en su centro, ya que en 1865 se determinó usar el *Résumé des leçons d'analyse données à l'École Polytechnique* de Navier. Con este manual, y en estos años, la Facultad de Ciencias, la Ingeniería Civil⁹⁸ y la Artillería estaban de acuerdo en el libro oficial recomendado para el estudio de esta disciplina en España.

Al final de la década de los años sesenta se pueden observar varias modificaciones en el centro de Artillería⁹⁹ que la acercarán más a los planteamientos de enseñanza que ya realizaban tanto la ingeniería militar como la civil. En matemáticas, se elevó la exigencia de conocimientos en el examen de ingreso y el nuevo plan de estudios de 1868 ya no plasmaba un diseño tan gradual de los contenidos matemáticos, sino que presentaba un mayor nivel desde el principio. Al entrar España en el Sexenio Revolucionario (1868-1874), los centros de enseñanza militar variaron sus planes de estudios —aunque estos tuvieron tan corta duración como el Sexenio—, y para acceder a ellos por vez primera se hizo referencia a la segunda enseñanza realizada en los institutos. Para las academias de Artillería, Estado Mayor e Ingenieros la enseñanza se fijó en tres años y los contenidos matemáticos se concentraban en el examen de ingreso¹⁰⁰ y no volvían a impartirse en los años académicos. También en el período del Gobierno republicano (1873-1874) surgieron nuevos deseos de reformar la organización de la enseñanza militar. El decreto de 8 de julio de 1873 creó la Comisión de Reorganización del Ejército, que entre sus trabajos incluyó un proyecto (el cuarto) de Plan General de Instrucción del Ejército. El proyecto presentado, que no llegó a realizarse, planteaba la creación de un centro único de enseñanza denominado *Escuela Nacional Militar*. En el plan de estudios aparecía, por primera vez, la asignatura de Cálculo de Probabilidades, la cual debían cursar los alumnos que se preparasen para ser artilleros o ingenieros.

⁹⁸ En la Escuela de Montes y en la de Arquitectura.

⁹⁹ Como el R. D. de 23 de abril de 1867, que determinó la denominación de *academias* para todos sus centros y la edad de ingreso en los centros entre dieciséis y veintitrés años.

¹⁰⁰ La referencia a la enseñanza civil consistía en que las humanidades podían dejar de exigirse si se presentaba el certificado correspondiente de haberlas aprobado en un instituto de segunda enseñanza.

IV

LA RESTAURACIÓN BORBÓNICA (1874-1900)

La calma y la alternancia política se trasladaron en buena medida al terreno educativo. Solo el año que cierra este período muestra un hito significativo en la historia de la educación en España: el establecimiento del Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes. Antonio García Alix será el primer ministro en ocupar la nueva cartera.

IV.1. *Las matemáticas en la Facultad de Ciencias*

El plan de estudios de 27 de octubre de 1875¹⁰¹, además de reestructurar las secciones de la Facultad de Ciencias¹⁰², diferenciaba la formación a partir del tercer curso, ya que solo eran comunes los dos primeros. En la sección de Ciencias Exactas sorprende que no figure ninguna asignatura de contenido matemático en el primer grupo de materias, que se corresponden con las otras secciones de la Facultad. Puede observarse la ausencia de la asignatura de Geometría y Trigonometría en el nivel más elemental. Como cambios significativos respecto al plan de 1858 debe señalarse que la asignatura de Geometría Analítica pasa del cuarto curso al segundo, así como que las asignaturas de Mecánica y Geodesia pasan del período de doctorado —sexto curso— al cuarto curso de la nueva estructura de la Facultad de Ciencias. Con escasos cambios, más de denominación y de ordenación de las asignaturas que de estructura curricular, se cubrió el último cuarto de siglo de esta Facultad. La llegada en 1900 de Antonio García Alix resultó significativa porque estableció un nuevo plan de estudios, llamado *plan de las geometrías* por la proliferación de asignaturas con dicha denominación. En la exposición de motivos, el plan de estudios de 3 de agosto de 1900 establecía cuatro secciones para la Facultad de Ciencias: Exactas, Físicas, Químicas y Naturales¹⁰³. Como consecuencia de la reestructuración se perdió el núcleo de asignaturas para todas las secciones y solo resultaron comunes los dos primeros cursos y algunas materias de tercero, salvo la sección de Ciencias Naturales, que tenía currículo específico desde primer curso. En relación con las asignaturas de contenido estrictamente matemático, en el período de licenciatura quedan Análisis Matemático (primer y segundo curso), Geometría Métrica, Geometría Analítica, Geometría de la Posición, Geometría Descriptiva y Elementos de Cálculo Infinitesimal.

¹⁰¹ No se trata realmente de un plan de estudios, sino de las condiciones que deben cumplirse para dar validez a los estudios cursados según las normativas del Sexenio Revolucionario, pero permite conocer la estructura *oficial* de los distintos niveles educativos, en particular la de la Facultad de Ciencias.

¹⁰² Las nuevas denominaciones son *Exactas*, *Físico-Químicas* y *Naturales*.

¹⁰³ Con el establecimiento de la sección de Físicas se daba fin a la vinculación de esta con la de Exactas y con la de Químicas.

Para el último cuarto del siglo XIX, sin libros de texto oficiales, podrían mencionarse¹⁰⁴ para Complemento de Álgebra, Geometría y Trigonometría, las reediciones de Cirodde, Cortázar y Sánchez Vidal o nuevas ediciones como las de Briot, García de Galdeano (1886), Marzal Bertomeu, Montero-Aleixandre (1890), Octavio de Toledo (1905), Rubini (1882) y Villafañe Viñals; para Geometría Analítica, las obras de Cortázar, Galán Ruiz, Mundí Giró (1893), Vegas Puebla-Collado (1894) y Villafañe Viñals; para Cálculo Diferencial e Integral, los textos de Archilla (1880 y 1888), Clariana Ricart (1903)¹⁰⁵, García de Galdeano (1904-1905), Irueste (1903) y Marzal Bertomeu (1899); y para Geometría Descriptiva, los libros de Elizalde (1873-1878) y Gil (1902).

IV.2. *La formación matemática de los ingenieros*

En el último cuarto del siglo XIX la preparación matemática previa a los estudios técnicos se realizó de dos formas: Escuela General Preparatoria (1886-1892) y examen de ingreso (1874-1886/1892-1900)¹⁰⁶.

Asignaturas	
Primer curso	Cálculo Infinitesimal, un curso (diaria) Geometría Descriptiva y sus aplicaciones, un curso (diaria) Elementos de Dibujo (cabezas y extremos) (4 lecciones semanales) Dibujo Lineal, primer grado (2 lecciones semanales)
Segundo curso	Mecánica Racional, un curso (diaria) Estereotomía Completa, un curso (alterna) Topografía y Elementos en Geodesia, un curso (alterna) Dibujo de Figura (torsos y figuras completas) (4 lecciones semanales) Delineación y Lavado (2 lecciones semanales)
Tercer curso	Física, un curso (alterna) Química, un curso (alterna) Hidrostática, Hidrodinámica e Hidráulica General, un curso (alterna) Economía Política y Elementos de Derecho Administrativo, un curso (alterna) Elementos de Dibujo Ornamental (4 lecciones semanales) Dibujo de Paisaje (2 lecciones semanales)

Cuadro 6.7. Estudios de la Escuela General Preparatoria (R. D. de 11 de septiembre de 1886).

¹⁰⁴ Se han incluido autores que ejercieron la docencia tanto en la Facultad de Ciencias como en institutos de segunda enseñanza, pero con obras de nivel universitario. Las de profesores de academias militares o de escuelas especiales se señalarán en su correspondiente apartado, salvo que se conozca explícitamente que fueron usadas en la Facultad de Ciencias.

¹⁰⁵ Sobre la figura de Lauro Clariana puede verse el trabajo de S. GARMA PONS y G. LUSA MONFORTE, 1995.

¹⁰⁶ Además, en el período 1892-1900 se produjeron numerosos cambios en los requisitos de acceso, en los que dominaba la idea de *examen de ingreso*, pero en los que también tuvieron presencia la formación en la Facultad de Ciencias y la idea del curso preparatorio, en ocasiones simultaneándose con el examen de acceso a la correspondiente escuela. Una situación diferenciada es la de

Más de treinta años después de la supresión de la Escuela Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos¹⁰⁷ se produjo un segundo intento de homogeneizar la formación preparatoria de los profesionales técnicos españoles. Por R. D. de 29 de enero de 1886 se estableció en Madrid la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, que, con las modificaciones del R. D. de 11 de septiembre de 1886, regiría los estudios previos de las escuelas de Ingeniería en el período 1886-1892.

Para acceder a la Escuela General Preparatoria se exigía un certificado de haber aprobado determinadas asignaturas¹⁰⁸ en segunda enseñanza y se debía superar un examen de acceso sobre las materias de Aritmética, Álgebra Elemental y Superior, Geometría, Trigonometría, Geometría Analítica, Traducción del francés, del inglés o del alemán, Dibujo Lineal y de Figura. Como consecuencia de la implantación de la Escuela General Preparatoria, los planes de estudios de las Escuelas Especiales de Ingenieros se centaban en materias fundamentalmente técnicas, dejando la forma-

Asignaturas	Caminos	Minas	Montes	Agrónomos	Industriales
Aritmética, Álgebra, Geom. y Trig. R. y E.	X	X	X	X (A., T. R. y E.)	X (FC-ISE)
Geometría Analítica en dos y tres dimensiones	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Cálculos Dif., Int., de diferencias y var.	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Geometría Descriptiva	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Topografía (Geodesia)				X (Cert. o Ex.)	
Mecánica Racional	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Física	X	X	X	X	X (FC-ISE)
Química	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Historia Natural	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Dibujo Lineal, Top., de Pais., de Ador. o Fig.	X	X	X (figura)	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Traducción de la Lengua Francesa	X	X	X	X (Cert. o Ex.)	X (FC-ISE)
Traducción de la Lengua Inglesa	X	X (o Alemana)	X (Alemana)		

Cuadro 6.8. Materias del examen de ingreso (R. D. de 25 de mayo de 1877, junto a otras disposiciones legales del período 1875-1880).

la Escuela Industrial de Barcelona, a la que estuvo muy vinculada la Facultad de Ciencias, única referencia de los estudios industriales desde 1867, en que se cerró el madrileño Real Instituto Industrial, hasta 1899 en que abrió sus puertas la Escuela de Bilbao.

¹⁰⁷ Una exposición histórica del tema está desarrollada en M. SILVA SUÁREZ, 2007b.

¹⁰⁸ Gramática Castellana, Geografía, Historia General, Historia de España, Física y Elementos de Química.

ción científico-matemática para los estudios previos. A pesar de la existencia de otros planteamientos de estudios previos, tanto en la Facultad de Ciencias como en la Escuela Preparatoria, la cuestión sustancial para el acceso a las escuelas de Ingeniería era, sin lugar a dudas, el examen de ingreso, en el que se verificaban no solo los conocimientos de los alumnos aspirantes, sino también su capacidad.

Se mantienen las diferencias entre, por un lado, Caminos, Montes y Minas, que exigen los contenidos matemáticos de Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral, de diferencias y de variaciones, y Geometría Descriptiva¹⁰⁹; y, por otro, Agrónomos e Industriales, que siguen admitiendo¹¹⁰ o exigiendo¹¹¹ que las asignaturas se cursen en los institutos de segunda enseñanza o en la Facultad de Ciencias. En este período (1875-1886), a partir del curso 1879-1880, de forma voluntaria y a modo de ensayo, se introdujo la posibilidad de realizar un curso preparatorio en las escuelas de los cuerpos de Caminos, Minas, Montes y Agrónomos, idea que se retomaría en el año 1894, al comienzo de un nuevo período en que la forma de acceso a las Escuelas Especiales era el examen de ingreso.

Asignaturas	Caminos	Minas	Montes	Agrónomos
Cálculo Infinitesimal		X	X	X
Geometría Descriptiva		X	X	X
Mecánica Racional	X	X	X	X
Física	X	X		
Química General	X		X	X (ampliac.)
Dibujo Topográfico	X			
Lengua Alemana o Inglesa				X

Cuadro 6.9. Asignaturas del curso preparatorio para escuelas de Ingeniería civil (1879-1886)¹¹².

Ni siquiera en este planteamiento tienen cabida las matemáticas en la Escuela de Caminos, donde se exigen previamente, mientras que en las escuelas de Minas,

¹⁰⁹ Junto a otras de carácter más aplicado, como Topografía, Geodesia o Dibujo Lineal.

¹¹⁰ En Agrónomos se debe presentar un certificado o, en caso de no hacerlo, realizar un examen de las correspondientes materias.

¹¹¹ En la Escuela Industrial de Barcelona, según el nivel académico de las asignaturas, se señala que deben ser estudiadas y aprobadas en la Facultad de Ciencias (FC) o en un instituto de segunda enseñanza (ISE).

¹¹² Reales órdenes de 8 de agosto de 1879, 14 de mayo de 1880, 8 de abril de 1880 y 6 de septiembre de 1884.

Montes y Agrónomos se incluían los contenidos de Cálculo Infinitesimal y Geometría Descriptiva dentro del curso preparatorio.

Tras el nuevo intento de Escuela General Preparatoria (1886-1892) se retornó a la idea del examen de ingreso¹¹³, que acabó siendo la más empleada a lo largo del siglo XIX para acceder a las escuelas de Ingeniería.

Asignaturas	Camino (1895)	Minas (1878)	Montes (1894)	Agrónomos (1892)	Industriales (1902)
Aritmética, Álgebra, Geomet. y Trig. R. y E.	X	X	X	X	X
Geometría Analítica	X	X	X	X	(?)
Cálculo Infinitesimal	X	X	X	(Curso prepar.)	(1.º y 2.º)
Geometría Descriptiva y sus aplicaciones	X	X	X	(Curso prepar.)	(1.º)
Mecánica Racional	(P. estudios)	X	X		
Física	(P. estudios)	X	(Curso prepar.)	X	(1.º)
Química	(P. estudios)	X	(Curso prepar.)	X	(1.º)
Historia Natural	(P. estudios)	X	X	X (Min. Bot. y Zool.)	
Dibujo Lineal, de Figura, de Adorno y Lavado	X	X	X	X	X
Traducción del Francés	X	X	X	X	X
Traducción del Inglés	X	X (o Alemán)		X (o Alemán)	

Cuadro 6.10. Contenidos del examen de ingreso o del plan de estudios (1892-1900).

Rigiendo los estudios técnicos coexistieron planes de estudios y disposiciones legales distantes en el tiempo y diferentes en la conformación curricular. En todo caso, las escuelas de Agrónomos e Industriales siempre fueron menos exigentes a la hora de admitir alumnos. Respecto a la formación industrial, solo quedaba la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona como referente hasta la creación de la Escuela de Ingenieros Industriales de Bilbao en 1899¹¹⁴. Habría que esperar a 1901 para el restablecimiento en Madrid, por R. D. de 17 de agosto, de la Escuela Central de Ingenieros Industriales, en cierto modo heredera del Real Instituto Industrial.

A pesar del intento de liberalizar el uso de libros de texto, siguieron apareciendo obras recomendadas para el estudio de las materias del examen de ingreso, a las que

¹¹³ Para presentarse al examen de ingreso se exigía estar en posesión del título de bachiller en artes, que se obtenía en los institutos de segunda enseñanza.

¹¹⁴ Véase M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 94-282.

hay que recurrir para conocer las matemáticas exigidas para el acceso a las Escuelas Especiales. Así, en 1885, para el ingreso¹¹⁵ en la Escuela Especial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos se señalaban las obras¹¹⁶ de Bertrand, Serret¹¹⁷ y Sánchez Vidal¹¹⁸ para Aritmética; Bertrand¹¹⁹, Cirodde¹²⁰, Rubini y Sánchez Vidal¹²¹ para Álgebra; Rouché-Comberousse¹²² y Vincent para Geometría Elemental; Serret¹²³ y Cirodde¹²⁴ para Trigonometría; Briot-Bouquet, Sonnet-Frontera y Mundí para Geometría Analítica; Duhamel, Archilla y Balanzat para Cálculo Diferencial e Integral; y Leroy¹²⁵, Elizalde¹²⁶ y Adhémar¹²⁷ para Geometría Descriptiva.

Finalmente, se van a abordar con más detalle dos materias de matemáticas que se introdujeron en esta etapa de final de siglo: Cálculo de Probabilidades y Funciones Elípticas.

En cuanto a Cálculo de Probabilidades, la Escuela de Caminos fue la primera de las ingenierías civiles en seguir la senda que en la enseñanza militar ya se había tomado en 1878. En efecto, la primera referencia que se ha localizado se encuentra en los programas para el ingreso en la Escuela de Caminos de 1885¹²⁸, enmarcada en el apartado de Cálculos (segunda parte), junto a Ecuaciones Diferenciales, y en el subapartado de Teorías Diversas, con la misma consideración que Cálculo de Diferencias o Diferencias Finitas. El contenido que se establece para Cálculo de Probabilidades se divide en cuatro partes: «Preliminares» (cálculo de errores y principios del cálculo de

¹¹⁵ Los contenidos de las asignaturas de matemáticas están reproducidos en M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 477-537.

¹¹⁶ También se incluían libros de *Teoría de los determinantes* (Echegaray, Bacas) o de *Problemas de geometría* (Echegaray).

¹¹⁷ Traducida por Monterde. Igualmente se recomienda para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1883 y 1886) y en la de Minas (1894).

¹¹⁸ Se incluye entre los indicados para el examen de ingreso en la Escuela de Minas (1894).

¹¹⁹ Recomendado también para el examen de ingreso en la Escuela de Minas (1894).

¹²⁰ También usado en el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1878 y 1881).

¹²¹ Se señala para el estudio del examen de ingreso en la Escuela de Minas (1894).

¹²² Traducido por Portuondo. Aparece asimismo entre los indicados para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1883 y 1886) y en la de Minas (1894).

¹²³ Traducido por Pignatelli. También se encuentra en la lista para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1881) y en la de Minas (1894).

¹²⁴ Se recomienda igualmente para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1878, 1883 y 1886).

¹²⁵ Sirve como referencia para el estudio del examen de ingreso en la Escuela de Montes (1878 y 1881) y en la de Minas (1894).

¹²⁶ Aparece como obra recomendada para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1881, 1883 y 1886) y en la de Minas (1894).

¹²⁷ Es obra de referencia para el examen de ingreso en la Escuela de Montes (1878, 1881, 1883 y 1886).

¹²⁸ El contenido pormenorizado puede verse en M.^a Á. MARTÍNEZ GARCÍA, 1999, pp. 477-537.

probabilidades en que se basa), «Observaciones inmediatas» (error medio y error probable), «Observaciones mediatas» (método de los mínimos cuadrados y sus modificaciones no lineales) y «Observaciones condicionales» (ecuaciones correlativas y normales). Como puede observarse, se trata de un programa enfocado al estudio de los errores de observación. La segunda referencia localizada está incluida en el reglamento de la Escuela de Caminos de 1895, pero en esta ocasión como asignatura del plan de estudios. Aparece citada en primer lugar del currículo con la denominación *Elementos de Cálculo de Probabilidades*, sin que se tenga constancia de los contenidos concretos que habían de impartirse. Una última referencia se encuentra en el reglamento de 1900, que presenta una modificación en el plan de estudios de la Escuela de Caminos y señala como materia que se podía estudiar en dicha escuela especial Elementos de Cálculo de Probabilidades y Teoría de la Compensación de Errores, aunque tampoco constan los contenidos específicos de la misma; sin embargo, por la ampliación del título respecto a 1895, parecen dirigirse en la dirección planteada para el examen de ingreso de 1885.

En el caso de las funciones elípticas, según el trabajo de Hormigón y Martínez¹²⁹, en la Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos es donde por primera vez se menciona el tema en este centro, concretamente en el *Programa para el ingreso de este centro correspondiente al curso 1885-86*, dentro de la segunda parte de Cálculo y bajo el epígrafe «Teorías diversas». El programa de las funciones elípticas comprende los «Principios generales» y los «Teoremas fundamentales». Los textos recomendados eran la segunda edición de los *Éléments de calcul* de Duhamel (de los años 1860 y 1861), el suplemento dedicado a funciones elípticas del tratado de Bertrand, de finales de la misma década, y una memoria del ingeniero de caminos Manuel Pardo. Pero la alusión a este tema en el ingreso no parece que se mantuviese durante mucho tiempo, ya que en el siguiente programa para el acceso a la Escuela, publicado en la *Gaceta de Madrid* el 24 de abril de 1896, la exigencia de las funciones elípticas ya no se indicaba.

IV.3. Las matemáticas en las academias militares

Siguiendo con la introducción del cálculo de probabilidades en la enseñanza de las academias militares de los dos cuerpos facultativos del Ejército, el primer centro en que figura es la Academia de Artillería, en el plan de estudios de 1878. Ingeniería y Estado Mayor, que también habían establecido nuevos planes en 1875, derogando así los correspondientes al Sexenio Revolucionario, no incorporaron, al menos de un modo independiente, esta asignatura. En 1879 un profesor de Artillería, Diego Ollero, publicó el primer manual español sobre esta disciplina. La novedad de un texto de *Cálculo de probabilidades* escrito por un español bien merece que nos detengamos

¹²⁹ M. HORMIGÓN y A. MARTÍNEZ, 2001, p. 324.

en su contenido¹³⁰. El autor comienza dedicando el capítulo 1.º, una cuarta parte del libro, al estudio de algunas integrales vinculadas a las distribuciones de probabilidad. En el 2.º desarrolla los conceptos fundamentales, para en el 3.º detenerse en la obtención del teorema de Bernoulli sobre la relación entre la probabilidad y la repetición de sucesos. En el capítulo 4.º presenta un estudio de la teoría de errores tomando la distribución normal como herramienta matemática. Concluye la obra de Ollero con el desarrollo del método de los mínimos cuadrados en el capítulo 5.º

Respecto a las funciones elípticas, igualmente es en la Academia de Artillería donde estas aparecen incorporadas en un capítulo del *Curso de cálculo infinitesimal* escrito por Diego Ollero, esta vez en colaboración con Tomás Pérez Griñón, en 1889. Como ellos mismos afirman, las fuentes que habían consultado eran las obras de Höüel, Bertrand, Serret, Rubini, Sturm y Duhamel; es decir, de nuevo la influencia de la Escuela Politécnica de París está presente en la elaboración del manual.

Como se puede observar, a medida que fue avanzando el siglo XIX la enseñanza de los artilleros fue adquiriendo mayor ímpetu. El plan de 1878 constituye un buen modelo del nivel alcanzado en su formación.

Matemáticas	Ingenieros militares (cuatro años académicos y uno preparatorio) (1875)	Artilleros (cuatro años académicos y uno preparatorio) (1878)
Examen de ingreso	Matemáticas	Aritmética, Álgebra Elemental y Geometría Plana
Plan de estudios	Álgebra Superior, Geometría del Espacio, Trigonometría Rectilínea y Esférica, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral y sus Aplicaciones, Geometría Descriptiva con sus Aplicaciones a Sombras y Perspectiva, Planos Acotados	Álgebra Superior, Geometría del Espacio, Trigonometría Rectilínea y Esférica, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral y sus Aplicaciones a los de Variaciones y Probabilidades, Geometría Descriptiva, Sistemas de Acotaciones

Cuadro 6.11. Las matemáticas en los planes de estudios de las academias militares, 1875-1878.

Al mismo tiempo que la enseñanza civil creaba la Escuela General Preparatoria (1886-1892), en la enseñanza militar ya hacía unos años que por el R. D. de 20 de febrero de 1882 se había constituido la Academia General Militar (AGM), que era un centro único de formación, de paso obligado para todas las armas y cuerpos del Ejér-

¹³⁰ Un análisis de su contenido y una comparación con la obra de Manuel de Velasco puede verse en V. ARENZANA HERNÁNDEZ. Entre las conclusiones del trabajo cabe señalar que ambos siguen el modelo de Laplace, pero, mientras que Ollero se ocupa del problema filosófico de la probabilidad como medida del verdadero conocimiento —teoría de errores—, Velasco estudia la probabilidad como método para conocer la naturaleza de algunos procesos físicos.

cito. De este modo, Ingeniería, Artillería y Estado Mayor realizaban primero tres años de enseñanza común en la AGM, donde cursaban una matemática más elemental (Aritmética, Álgebra, Geometría Analítica, Geometría Descriptiva y Trigonometría Rectilínea), y después continuaban en sus centros respectivos ampliando sus conocimientos y recibiendo una matemática de más nivel (Trigonometría Esférica, Cálculo Diferencial e Integral, Aplicaciones de la Geometría Descriptiva a Sombras y Perspectiva). La Academia de Artillería era la única en la que se impartía como asignatura independiente el Cálculo de Probabilidades. Esta situación no duró mucho tiempo, ya que el 8 de febrero de 1893 se decretó el cierre de la AGM, por lo que a partir del 1 de julio de 1893 las academias volvieron a su funcionamiento independiente.

Estado Mayor, en vez de su Academia, abrió la Escuela Superior de Guerra, donde para ser admitido como alumno era indispensable ser ya oficial del Ejército, y estableció su ciclo formativo en tres años. En ellos, con carácter facultativo, también estuvieron presentes las matemáticas. Ingeniería y Artillería fijaron en 1893 un plan de estudios de cinco años de duración, y, esta vez, en matemáticas eran completamente iguales. En el examen de ingreso se exigía en ambos casos Aritmética, Álgebra Elemental, Trigonometría Rectilínea y Geometría Plana y del Espacio. Respecto al plan de estudios, las matemáticas se estudiaban en el primer curso (Álgebra Superior, Trigonometría Esférica, Geometría Analítica, Geometría Descriptiva, Planos Acotados, Sombras y Perspectiva) y en el segundo (Cálculo Diferencial e Integral y de Probabilidades). Fue en este plan donde la Academia de Ingeniería introdujo la asignatura de Cálculo de Probabilidades de un modo explícito. Finalmente, poseer los conocimientos de segunda enseñanza se consideró condición necesaria para poder efectuar este examen, con la salvedad de los individuos de tropa, a los que desde hacía algunos años el Ejército venía favoreciendo, cuidando más su formación.

En este último cuarto de siglo, un hecho llamativo es la abundante producción de textos matemáticos escritos por autores militares españoles, que irán desplazando la sempiterna referencia de los manuales franceses¹³¹. Tal vez porque la R. O. de 30 de septiembre de 1878 había establecido unas nada despreciables recompensas por la redacción de obras, o porque la creación de la AGM propició de buen grado este hecho, la cuestión es que, aproximadamente, el sexenio comprendido entre 1879 y 1885 fue el más prolífico en producción matemática realizada por autores militares de todo el XIX, por lo que no resulta muy extraña la R. O. de 13 de abril de 1883, en la que se pide que únicamente se remitan al Ministerio de la Guerra aquellos trabajos que sean de clara utilidad y aplicación para el Ejército. A partir de 1888 se observa una disminución de textos sobre matemática elemental y geometría descriptiva, y aparecen ya obras sobre geometría proyectiva.

¹³¹ Paul-Louis Cirodde (1749-1849), Joseph A. Serret (1819-1885), Eugène Rouché (1832-1910), Charles de Comberousse (1826-1897) y Charles Briot (1817-1882).

Aritmética	Luis Felipe Alix (1874), Juan Montemayor y Juan Renté (1880), Ignacio Salinas y Manuel Benítez (1884), Antonio Quesada (1885)
Álgebra	Manuel Benítez e Ignacio Salinas (1888), Cándido Pardo González (1889), Juan Montero Gabutti (1890), Juan Jacobo Durán Loriga (1899)
Trigonometría	Lope M. ^a Blanco de Cela (1876), José Gómez Pallete (1877), Miguel Ortega Sala (1881), Morales Prieto (1883), Ildefonso Gómez de Santiago (1898), Ignacio Mazeret Alted (1899), Román Ayza Maquén (1900)
Geometría	Miguel Ortega Sala (1885)
Geometría Descriptiva	Urbano Mas Abad (1879), Pedro Pedraza y Miguel Ortega (1879), Joaquín Cabanyes (1879), Aparici (1881), Vicente Correa Palavicino (1881), José López Torrens (1881), Enrique Orozco de la Puente (1881), Lorenzo Gallego Carranza (1886)
Geometría Analítica	Antonio Valcarce Quiñones (1892) y Berenguer (1895)
Geometría Proyectiva	Juan Montero Gabutti (1887), Juan Jacobo Durán Loriga (1891)
Cálculo Diferencial e Integral y sus aplicaciones	Dámaso Bueno (1876), Alejandro Belón Torres (1876), Antonio Torner Carbó (1879), Antonio Vidal Rúa (1880 y 1882), Diego Ollero y Tomás Pérez Griñón (1889), José de Toro Sánchez (1894), Celestino García Antúnez (1898)
Cálculo de Probabilidades	Diego Ollero (1879)

Cuadro 6.12. Producción matemática debida a autores militares en el último cuarto del siglo XIX.

V

A MODO DE CONCLUSIÓN

El siglo XIX supuso una auténtica revolución en la historia de la educación en España. Junto a otras ciencias, pero también al lado de disciplinas como la geografía o la historia, el estudio de las asignaturas de matemáticas fue uno de los referentes de la modernización. Los contenidos matemáticos que se exigían en la formación de la ingeniería civil española se centraban fundamentalmente en los exámenes de ingreso —cuyo nivel dependía de la Escuela Especial a la que se intentase acceder— o en los cursos preparatorios, y de forma menos habitual en los primeros cursos de la especialidad correspondiente.

En realidad, salvo en algunas breves etapas¹³² en que estuvo vigente el curso preparatorio y la inclusión en la Escuela de Caminos del Cálculo de Probabilidades en los

¹³² En el período 1859-1868, tanto el Cálculo Infinitesimal como la Geometría Descriptiva formaron parte de los planes de estudios de Caminos, Minas (que también incluyó la Geometría Analítica de

cinco años finales del siglo XIX, las matemáticas no estaban presentes como asignaturas en las Escuelas de Ingenieros; más bien eran un obstáculo que había que salvar para acceder a ellas, aunque posteriormente pudieran ser utilizadas como herramienta en las asignaturas específicas del correspondiente plan de estudios de Ingeniería. En este sentido, hay una diferencia entre la actitud de las escuelas de Caminos, Minas y Montes, que tuvieron muy presente el examen de ingreso a lo largo del siglo XIX, y las de Agrónomos e Industriales, si bien ambas se sumaron a la idea del examen de ingreso a finales del siglo XIX y en los primeros años del XX, respectivamente. ¿Pudo tener que ver con esta actitud hacia el sistema educativo liberal el formar parte o no de los cuerpos de ingenieros en la estructura funcional del Estado?

Por otro lado, los centros de formación de los dos cuerpos facultativos del Ejército de Tierra, Artillería e Ingenieros, muestran diferencias respecto a lo señalado para la ingeniería civil. Desde comienzos del XIX, los ingenieros militares tenían un examen de ingreso sobre contenidos matemáticos, y continuaban en los primeros cursos de su formación con matemáticas de mayor nivel. Es decir, durante todo el siglo —exceptuando el Sexenio Revolucionario— las matemáticas estuvieron presentes en sus planes de estudios. En cuanto a los artilleros, no tuvieron un examen de ingreso con unos mínimos contenidos matemáticos hasta casi la mitad de la centuria. Por ello, y de una manera escalonada, la formación matemática se realizaba dentro del centro. Posteriormente, sus planteamientos en la enseñanza de las matemáticas se acercaron mucho más a la situación de la ingeniería militar y, con sus diferencias, también a la de la civil.

En general, refiriéndonos tanto a los centros de Ingeniería civil y militar como a los de Artillería, se puede afirmar que recelaban de la formación matemática impartida en los institutos de segunda enseñanza y en la Facultad de Ciencias, ya que en los exámenes de ingreso se volvían a exigir los conocimientos ya acreditados en dichos establecimientos educativos oficiales. ¿Podría hablarse de una desconfianza de las escuelas especiales y de las academias militares hacia el nuevo sistema educativo impulsado por los liberales a partir de 1833?

Centrándonos más detalladamente en las aportaciones a las matemáticas de la Ingeniería, tanto civil como militar, y de la Artillería, sin pretender dejar cerrado un tema que todavía requiere estudios más minuciosos, parece bastante claro que su proceso de introducción en la educación española corrió bastante paralelo al desarrollo institucional de los centros docentes. Así, las estructuras más consolidadas, como las academias militares, y los centros profesionales establecidos desde comienzos del XIX, las escuelas de Ingeniería, junto con algunos profesionales de instituciones civiles —Vallejo y Cortázar, entre otros—, fueron conformando en los dos primeros tercios del siglo una situación donde se pueden encontrar personas que trabajan

tres dimensiones) y Montes, mientras que Agrónomos e Industriales permitían cursar estas asignaturas en la Facultad de Ciencias.

y estudian por la introducción en la educación española de determinadas disciplinas matemáticas, actuación a la que en el último tercio de la centuria se uniría también la Facultad de Ciencias. En este sentido, merecen ser relacionados en una breve síntesis los nombres de los ingenieros civiles, militares y artilleros que, sin ser desde luego los únicos, mejor representan estos avances en la matemática española del XIX, bien como investigadores o como introductores en España de determinadas teorías matemáticas, y que se han ido considerando en el presente trabajo en tanto que modernizadores de la matemática española de dicho siglo.

1801 *Instituciones de cálculo diferencial e integral, con sus aplicaciones principales a las matemáticas puras y mixtas*, de José Chaix (ingeniero cosmógrafo, después profesor de la Escuela de Caminos en su primera etapa). Primer texto de cálculo del XIX que aporta cambios significativos respecto a las obras del siglo anterior.

1803 Traducción de la *Geometría descriptiva* de Gaspar Monge para el uso de los estudios de la Inspección General de Caminos, encargada por Agustín de Betancourt (ingeniero de caminos).

1819 *Geometría analítico-descriptiva*, de Mariano Zorraquín (ingeniero militar). Originalidad: unión de ambas disciplinas.

1828 *Cálculo diferencial e integral*, de Fernando García San Pedro (ingeniero militar). Originalidad: contribución a la investigación de la fundamentación del cálculo.

1851 *Cálculo diferencial*, de Francisco Sanchiz y Castillo (artillero). Constituye el primer libro escrito por un militar sobre esta disciplina en el que se acepta a Cauchy en la fundamentación del cálculo.

1866 «Perspectiva axonométrica», de Luis Felipe Alix (artillero). Aparece en un capítulo de su obra titulada *Tratado elemental de geometría descriptiva seguido de unas ligeras nociones sobre perspectiva y sombras*.

1867 *Introducción a la geometría superior*, de José Echegaray (ingeniero de caminos). Con esta obra se introdujo la geometría de Chasles en España.

1868 *Memoria sobre la teoría de los determinantes* (1868), de José Echegaray. De nuevo supuso la incorporación de teorías matemáticas a España.

1879 *Cálculo de probabilidades*, de Diego Ollero (artillero). Primer texto español que trata este tema.

1897 *Teoría de Galois*, de José Echegaray. Introducción de estas teorías en España.

Cuadro 6.13. Ingenieros civiles, militares y artilleros en la modernización de la matemática española del siglo XIX: algunas obras de relevancia.

En cuanto a la utilización de textos comunes en la enseñanza de las escuelas de Ingeniería y las academias militares, se puede señalar que hubo muy poca relación. En general, los militares se autoabastecieron durante todo el siglo con su propia producción matemática —distinta incluso para los ingenieros militares y los artilleros—, y pocas son las referencias al empleo de manuales matemáticos de autores civiles

españoles. Por su parte, aunque también de un modo mínimo, a lo largo del siglo XIX sí que se pueden encontrar algunos casos de recomendación de textos de militares para el estudio de la ingeniería civil. Así, hasta la mitad del siglo, la *Geometría analítica-descriptiva* de Zorraquín y el *Cálculo diferencial e integral* de García San Pedro fueron textos recomendados en la enseñanza civil, al igual que los textos de Vallejo y Cortázar se indicaron para el estudio de las matemáticas elementales en los centros militares. En el último tercio del XIX, se pueden indicar las siguientes recomendaciones de autores militares para la ingeniería civil: la *Trigonometría* de José Gómez Pallete (1884) o de Miguel Ortega Sala (1881), la *Aritmética* de Ignacio Salinas y Manuel Benítez (1884), el *Álgebra* de Juan Montero Gabutti y las *Teorías de la homografía e involución seguida de otros varios apuntes de geometría* de Montero Gabutti (1887).

Finalmente, como hecho común a toda la ingeniería y a la artillería, cabe señalar la omnipresencia de las obras del profesorado de la Escuela Politécnica francesa en la formación y la elaboración de la producción matemática española.

BIBLIOGRAFÍA

- ARENZANA HERNÁNDEZ, V.: *La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII: la Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País*, tesis doctoral inédita, Zaragoza, 1987.
- «L'implantation du Calcul des Probabilités et ses applications dans l'enseignement pendant les XIX^e et XX^e siècles. Le cas espagnol des œuvres de Diego Ollero et Manuel de Velasco», en E. Ausejo y M. Hormigón (eds.): *Paradigms and mathematics*, Madrid, Siglo XXI de España, 1996, pp. 407-425.
- CUESTA DUTARI, N.: *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*, Salamanca, Universidad (Acta Salmanticensia. Ciencias, 48), 1985.
- ECHEGARAY, J.: «La Escuela Especial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos y las ciencias matemáticas», *Revista de Obras Públicas*, XLIV, I (2), 1897, p. 2.
- EHCIE: Estudio histórico del cuerpo de ingenieros del Ejército*, Madrid, Establ. Tipogr. Sucesores de Rivadeneyra, 1911, t. II.
- GARMA PONS, S.: *Josep Chaix i el progrés matemàtic del segle XIX*, Valencia, Generalitat Valenciana, 1994.
- y G. LUSA MONFORTE: «Laur Clariana i Ricart (1846-1916). L'assimilació de la matemàtica del segle XIX», en J. M. Camarasa y A. Roca (dirs.): *Ciència i tècnica als Països Catalans: una aproximació biogràfica*, Barcelona, Fundació Catalana per a la Recerca, 1995, pp. 523-564.
- GONZÁLEZ GONZÁLEZ, F. J.: *Ciencia y Marina en la España del siglo XIX: el Observatorio de San Fernando (1831-1924)*, tesis doctoral, Cádiz, Real Instituto y Observatorio de la Armada / Universidad de Cádiz, 1990.
- HORMIGÓN, M., y A. MARTÍNEZ: «Echegaray y la modernización de las matemáticas en España. Las lecciones del Ateneo», en L. Español y J. L. Varona (eds.): *Margarita*

- mathematica en memoria de José Javier (Chicho) Guadalupe Hernández*, Logroño, Universidad de La Rioja, 2001, pp. 307-331.
- LUSA MONFORTE, G.: *Las matemáticas y la ingeniería industrial, 1850-1975: elementos metodológicos para la formulación del contenido y alcance de la matemática en la ingeniería industrial*, tesis doctoral, Barcelona, Universidad Politécnica de Barcelona, 1975.
- «Matemáticas en la ingeniería: el cálculo infinitesimal durante la segunda mitad del siglo XIX», en H. Mielgo Álvarez y J. M. Camarasa (coords.): *Actes de les I Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica: Trobades Científiques de la Mediterrània (Maó, 11-13 setembre 1991)*, Barcelona / Mahón, Societat Catalana d'Història de la Ciència y de la Tècnica / Societat Catalana de Física / Institut Menorquí d'Estudis, 1994, pp. 263-282.
- MANSILLA, L., y R. SUMOZAS: *La ingeniería de minas: de Almadén a Madrid*, en M. Silva Suárez (2007a), 2007, pp. 81-124.
- MARTÍN-PLIEGO LÓPEZ, F. J.: «José María Ibáñez Ramos: primer catedrático de estadística», en J. Basulto Santos y J. J. García del Hoyo (eds.): *Historia de la probabilidad y la estadística (IV)*, Huelva, Universidad, 2008, pp. 37-46.
- MARTÍNEZ GARCÍA, M.^a Á.: *Las matemáticas en los planes de estudios de los ingenieros civiles en España en el siglo XIX*, tesis doctoral, Universidad de Zaragoza, 1999.
- MEDRANO, F. J.: *El cálculo infinitesimal en España (1750-1830): fundamentos y enseñanza*, tesis doctoral, Universidad de Zaragoza, 2005.
- NAVARRO, J., y M.^a Á. VELAMAZÁN: «El militar José de Odrizola y su contribución a la ciencia en España en el siglo XIX», en J. A. Pérez-Bustamante *et al.* (coords.): *Actas del IX Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, Cádiz, SEHCYT, vol. II, 2006, pp. 925-937.
- PUELLES BENÍTEZ, M. de (recop.): *Historia de la educación en España*, vol. II: *De las Cortes de Cádiz a la Revolución de 1868*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia (Breviarios de Educación, 13), 2.^a ed., 1985.
- RAMÓN TEJELLO, P. J., y M. SILVA SUÁREZ: *El Real Conservatorio de Artes (1824-1887), cuerpo facultativo y consultivo auxiliar en el ramo de la industria*, en M. Silva Suárez (2007a), 2007, pp. 235-292.
- REY PASTOR, J.: *Los progresos de la matemática en España y los progresos de España en la matemática*, Madrid, AEPPC, 1915.
- SÁENZ RIDRUEJO, F.: *Los ingenieros de caminos*, Madrid, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (Colección de Ciencias, Humanidades e Ingeniería, 47), 1993.
- SÁNCHEZ RON, J. M.: «José Echegaray: entre la ciencia, el teatro y la política», *Arbor*, CLXXIX, 707-708, 2004, pp. 601-688.
- SILVA SUÁREZ, M.: «Institucionalización de la ingeniería y profesiones técnicas conexas: misión y formación corporativa», en M. Silva Suárez (ed.): *Técnica e ingeniería en España*, vol. II: *El Siglo de las Luces. De la ingeniería a la nueva navegación*, Zaragoza, Real Academia de Ingeniería / Institución «Fernando el Católico» / Pressas Universitarias de Zaragoza, 2005, pp. 165-262.

- M. SILVA SUÁREZ (ed.): *Técnica e ingeniería en España*, vol. v: *El Ochocientos. Profesiones e instituciones civiles*, Zaragoza, Real Academia de Ingeniería / Institución «Fernando el Católico» / Prensas Universitarias de Zaragoza, 2007a.
- «Sobre la institucionalización profesional y académica de las carreras técnicas civiles», en M. Silva Suárez (2007a), 2007b, pp. 7-79.
- VEA MUNIESA, F.: «Lacroix y la enseñanza de las matemáticas: su influencia en España», en M. Valera y C. López Fernández (eds.): *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 3 vols., Murcia, DM / PPU, vol. 3, 1991, pp. 1547-1561.
- *Las matemáticas en la enseñanza secundaria en España en el siglo XIX*, 2 vols., Zaragoza, Seminario de Historia de la Ciencia y de la Técnica de Aragón / Universidad de Zaragoza (Cuadernos de Historia de la Ciencia, 9, I y II), 1995.
- «The influence of French Mathematics textbooks on the establishment of the liberal education system in Spain (1845-1868)», en E. Ausejo y M. Hormigón (eds.): *Paradigms and mathematics*, Madrid, Siglo XXI de España, 1996, pp. 365-390.
- «La Facultad de Ciencias (1857-1868)», en J. L. García Hourcade *et al.* (coords.): *Estudios de Historia de las Técnicas, la Arqueología Industrial y las Ciencias. VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, Salamanca, Junta de Castilla y León, 1998, pp. 541-551.
- y R. ROYO: «Estudio comparativo de conceptos matemáticos en los libros de texto de segunda enseñanza en el segundo tercio del siglo XIX», en R. Codina y R. Llobera (eds.): *Història, ciència i ensenyament*, Barcelona, Escola Universitària del Professorat d'EGB / SEHCYT, 1990, pp. 421-438.
- VELAMAZÁN, M.^a Á.: *La enseñanza de las matemáticas en las academias militares en España en el siglo XIX*, Zaragoza, Seminario de Historia de la Ciencia y de la Técnica de Aragón / Universidad de Zaragoza (Cuadernos de Historia de la Ciencia, 7), 1994.
- «Le sillage de Lagrange: García San Pedro et la méthode des accroissements idéaux (1828)», *Sciences et Techniques en Perspective*, 2.^a serie, 4 (2), 2000, pp. 235-243.
- y E. AUSEJO: «La enseñanza de las matemáticas en la Academia de Ingenieros del Ejército en España en el siglo XIX», en M. Valera y C. López Fernández (eds.): *Ciencia y técnica en la España contemporánea*, Murcia, DM / PPU, vol. II, 1991, pp. 1307-1318.
- y E. AUSEJO: «De Lagrange a Cauchy: el cálculo diferencial en las academias militares en España en el siglo XIX», *Lhull*, 16 (30), 1993, pp. 327-370.
- y F. VEA: «La enseñanza de las matemáticas en el siglo XIX: un estudio comparado de textos», en M. Esteban Piñeiro *et al.* (coords.): *Estudios sobre Historia de la Ciencia y de la Técnica. IV Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 2 vols., Valladolid, Junta de Castilla y León, vol. 2, 1998, pp. 979-987.